

A TOURNAMENT PROBLEM

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΗΝΑ ΜΑΡΙΟ ΣΩΤΗΡΙΟΥ

AUTHORS:

L. R. FORD,

SELMER M. JOHNSON

26/10/2023

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα
«Λογική και Διακριτά Μαθηματικά»-2016
Από το
Πρόγραμμα «Αριθμοί, Λογική και Διακριτά Μαθηματικά»

WHAT THIS PAPER IS ABOUT

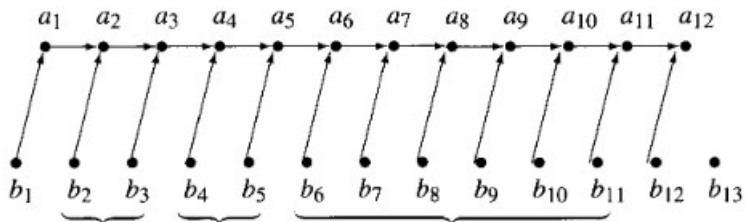
Έστω X η είσοδος του αλγορίθμου με $|X| = n$, τα βήματα του αλγορίθμου είναι:

1. δημιουργούμε $\lfloor n/2 \rfloor$ ζεύγη από το σύνολο X , αν το n είναι περιττό αφήνουμε ένα στοιχείο μόνο του.
2. Με $\lfloor n/2 \rfloor$ συγκρίσεις βρίσκουμε από κάθε ζεύγος το μεγαλύτερο.
3. ταξινομούμε τα μεγαλύτερα στοιχεία των ζευγών σε αύξουσα σειρά και έπειτα τοποθετούμε στο τέλος το στοιχείο που έχει ζευγαρωθεί με το μικρότερο από τα μεγαλύτερα στοιχεία των ζευγών.
4. Τοποθετούμε τα υπόλοιπα στοιχεία στην ταξινομημένη λιστα με δυαδική αναζήτηση αλλά με συγκεκριμένη και έξυονη σειρά για την ελαχιστοποίηση των συγκρίσεων.

$$b_1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \cdots \leq a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$$

$$b_i \leq a_i, i \in \left[\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \right]$$

PAIRING EXAMPLE



FIRST RECURSIVE EQUATION

Εφόσον $t_{k-1} < \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \leq t_k$:

$$F(n) = F\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + k \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2^{k+1}}{3} \right\rfloor$$

$F(n) - F(n - 1) = k$ if and only if

$$\lfloor \frac{2^{k+1}}{3} \rfloor < n \leq \lfloor \frac{2^{k+2}}{3} \rfloor$$

$$\begin{aligned}
F(n) - F(n-1) &= \left(F\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + k \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - \left\lfloor \frac{2^{k+1}}{3} \right\rfloor \right) \\
&\quad - \left(F\left(\left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor\right) + \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor + k \left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil - \left\lfloor \frac{2^{k+1}}{3} \right\rfloor \right) \\
&= F\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{2} + \frac{kn}{2} - F\left(\frac{n}{2} - 1\right) - \left(\frac{n}{2} - 1\right) - \frac{kn}{2} \\
&= F\left(\frac{n}{2}\right) - F\left(\frac{n}{2} - 1\right) + 1
\end{aligned}$$

$$F(n) = \sum_{j=1}^n \lceil \log\left(\frac{3j}{4}\right) \rceil$$

$$F(n) = \sum_{j=1}^n \lceil \log\left(\frac{3j}{4}\right) \rceil \approx n \log n - 1.415n + O(\log n)$$

MERGE INSERTION SORT VS INFORMATION THEORY BOUND

$$F(n) \approx n \log n - 1.415n + O(\log n)$$

$$L(n) \approx n \log n - 1.443n + O(\log n)$$