Έστω $\{s_1, s_2, s_3, \dots\}$, $A = \{a, b\}$

Για $n=1$ $\{s_1\}$ 1

Για $n=2$ $\{s_1, s_2\}$

s_1 $\underline{s_2}$ 1

\+

$s_1 - a - \underline{s_2}$ 9

$s_1 - b - \underline{s_2}$

$s_1 - a,b - \underline{s_2}$

s_2 s_1

Enumerating Frames

Για $n=3$ $\{s_1, s_2, s_3\}$

16 frames 2 στοιχείων

48 frames 3-~~στ~~στοιχείων

$np \;\text{——}\; b \;\text{——}\; \underline{p}$

$p \quad , np$

$$\text{frame}_{\_\_\_}(p, np) = (p, \neg p)$$

ο αύξων αριθμός
που έχει προκύψει
κατά την επαγωγική κατασκευή
των frame

$(Read, p)$ $\quad A = \{a, b\}, \quad P = \{p\}$

Exercise 1

Από Ορισμό:

$\varphi_0 = \emptyset$

$\alpha_0 = \emptyset$

$\varphi_1 = \{p\}$

$\alpha_1 = \emptyset$

$\varphi_2 = \{p, \neg p, p \wedge p, K_a p, K_b p, C_{ab} p, C_a p, C_b p\}$

$\alpha_2 = \{(\langle F, pre\rangle, s) \mid pre(s') = p \text{ for all } s' \in D(F)\}$

$\alpha_3 = \{$περιέχουν την $\neg p\}$

Note

$\varphi_3 = \{\ldots, [\langle F, pre\rangle, s]\varphi\}$

άπειρες σε πλήθος

$np \;\text{———}\; b \;\text{———}\; p$

$pre(np) = \neg p$

$pre(p) = p$

Κατασκευή της $\langle M, s\rangle pre(t)$

εξ' ορισμού είναι $\neg[M,s]\neg pre(t)$

Έστω (M,s) action του level i (βήμα i, a_i)

$pre(t)$ τύπος στο level j

Τότε,

$\neg pre(t)$ στο level $j+1$

$[M,s]\neg pre(t)$ στο $\max\{j+1, i\}+1$

Τέλος, $\neg[M,s]\neg pre(t)$ στο level

$\max\{i,j\}+3$ (καταχρηστικά)

Action Model M

Π.χ. (Read, p)

$pre(p) = p$

$pre(np) = \neg p$

action points

epistemic states

Ισχύουν τα εξής:

$$[Read, p]\, K_a p$$

$$[Read, p]\, \neg K_b K_a p$$

$$[Read, p]\, C_{ab}(K_a p \vee K_a \neg p)$$

Anne mayread the letter (she doesn't)

Action points: p, np, t (δεν το διάβασε)

Exercise 3

Preconditions: $pre(p) = p$

$pre(np) = \neg p$

$pre(t) = \top$

Partitions: Anne $\{p\}, \{np\}, \{t\}$

Bill $\{p, np, t\}$

Έχουμε το Action Model $(Mayread, t)$

→

$$
\begin{tikzcd}
np \arrow[rr, dash, "b"] \arrow[dr, dash, "b"'] & & p \arrow[dl, dash, "b"] \\
& t &
\end{tikzcd}
$$

$$\times$$

$$
\begin{tikzcd}
0 \arrow[r, dash, "{a,b}"] & \underline{1}
\end{tikzcd}
$$

$$\Longrightarrow$$

$$
\begin{tikzcd}
(0,np) \arrow[r, dash, "b"] \arrow[d, dash, "b"'] & (1,p) \arrow[d, dash, "b"] \\
(0,t) \arrow[r, dash, "{a,b}"] & \underline{(1,t)}
\end{tikzcd}
$$

$(0,t) \sim_a (1,t)$ αφού $0 \sim_a 1$ $\quad t \sim_a t$

$\mathrm{Letter}, 0 \vDash pre(np)$ $\qquad$ $\mathrm{Letter}, 0 \vDash pre(t)$

$\mathrm{Letter}, 1 \vDash pre(p)$ $\qquad$ $\mathrm{Letter}, 1 \vDash pre(t)$

$(0,np) \not\sim_a (0,t)$ αφού $np \not\sim_a t$

$\rightarrow$

$$Letter, 1 \models [Mayread, t]\underbrace{(\neg(K_a p \vee K_a \neg p) \wedge \hat{K}_b(K_a p \vee K_a \neg p))}_{\varphi}$$

Ισχύει αν και μόνο αν

for all (M', s') : $(Letter, 1)[Mayread, t](M', s')$

implies $M', s' \models \varphi$

Αλλά (M', s') είναι το $(Letter \otimes Mayread, (1, t))$

άρα πρέπει

$(M', (1,t)) \models \neg(K_a p \vee K_a \neg p)$ <u>και</u> $(M', (1,t)) \models \hat{K}_b(K_a p \vee K_a \neg p)$

$(M', (1,t)) \models \neg K_a p$ <u>και</u> $(M', (1,t)) \models \neg K_a \neg p$ <u>(ομοίως)</u>

$(M', (1,t)) \not\models K_a p$

$(M', (1,t)) \not\models p$ και $(M', (0,t)) \not\models p$

$(1,t) \notin V_p$ $(0,t) \notin V_p$

Θ.ν.δ.ό. $(M', (1,t)) \models \hat{K}_b (K_a p \vee K_a \neg p)$

$$(M', (0,np)) \models K_a p \vee K_a \neg p$$

Επειδή $(M', (0,np)) \models K_a \neg p$

$$(M', (0,np)) \models \neg p$$

$$(M', (0,np)) \not\models p$$

αφού $(0,np) \notin V_p$

$\square$

PROPOSITION 1

epistemic model

Θ.ν.δ.ό. $\mathcal{M}, t \models [(M,s);(M',s')]\varphi$ αν και μόνο αν

$$\mathcal{M}, t \models [M,s][M',s']\varphi$$

$\mathcal{M} \otimes (M;M')$ είναι ισομορφικό στο $(\mathcal{M} \otimes M) \otimes M'$

Έστω $(t,(s,s')) \in D(\mathcal{M} \otimes (M;M'))$ πρέπει

$\mathcal{M}, t \models pre''((s,s'))$, δηλαδή

$\mathcal{M}, t \models \langle M,s \rangle pre'(s')$ $\quad ((t,s),s') \in D((\mathcal{M} \otimes M) \otimes M')$

$\mathcal{M}, t \models pre(s) \wedge [M,s] pre'(s')$

$\mathcal{M}, t \models pre(s)$ και $\mathcal{M}, t \models [M,s] pre'(s')$

$(t,s) \in D(\mathcal{M} \otimes M)$

Exercise 2(b)

crash $\quad (\langle \{s\}, \sim, pre \rangle, s) \quad pre(s) = \bot$

$s \sim_a s \quad \forall a \in A$

$M, s \models [crash]\bot$ iff

for all $M', s' : (M, s)[\![crash, s]\!](M', s')$

implies $M', s' \models \bot$

$(M', s') = (M \otimes crash, (s, s))$

$S' = \{(s,s) \mid s \in S$ and $M, s \models pre(s)\}$

Άρα δεν μπορεί να εκτελεστεί η πράξη

και ισχύει

$\square$

Exercise 4

Πιθανές Πράξεις

Anne : $\{pa, npa, ta\}$

Bill : $\{pb, npb, tb\}$

(pa, pb)

$\cancel{pre((pa, npb))} = \perp$ $pre(pa) = p$ $pre(npb) = \neg p$

(pa, tb)

$\cancel{(npa, pb)}$

(npa, npb)

(npa, tb)

(ta, pb)

(ta, npb)

(ta, tb)

$(pa, tb) \sim_b (npa, tb) \sim_b (ta, tb)$

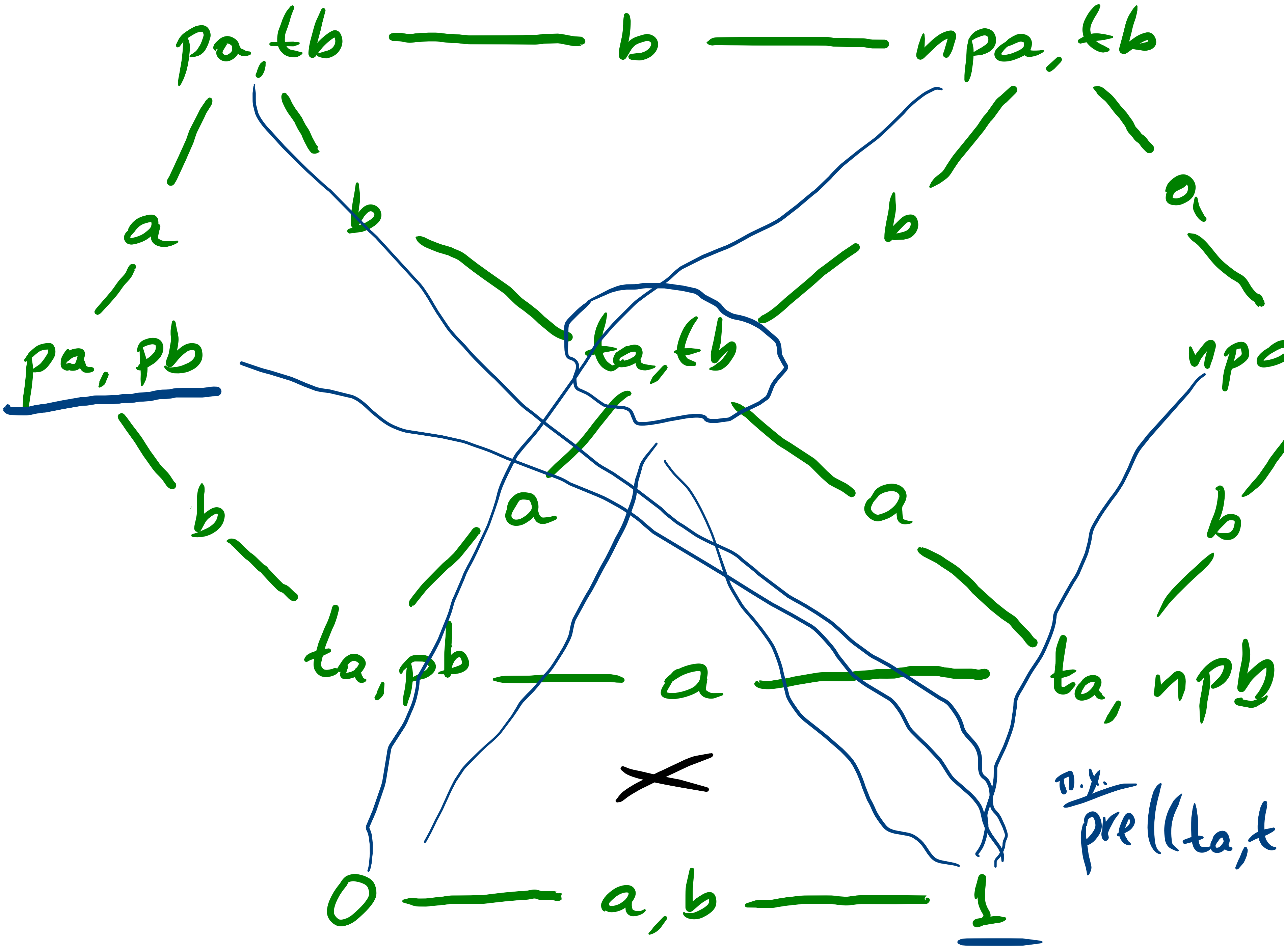
γιατί

$pa \sim_b npa \sim_b ta$

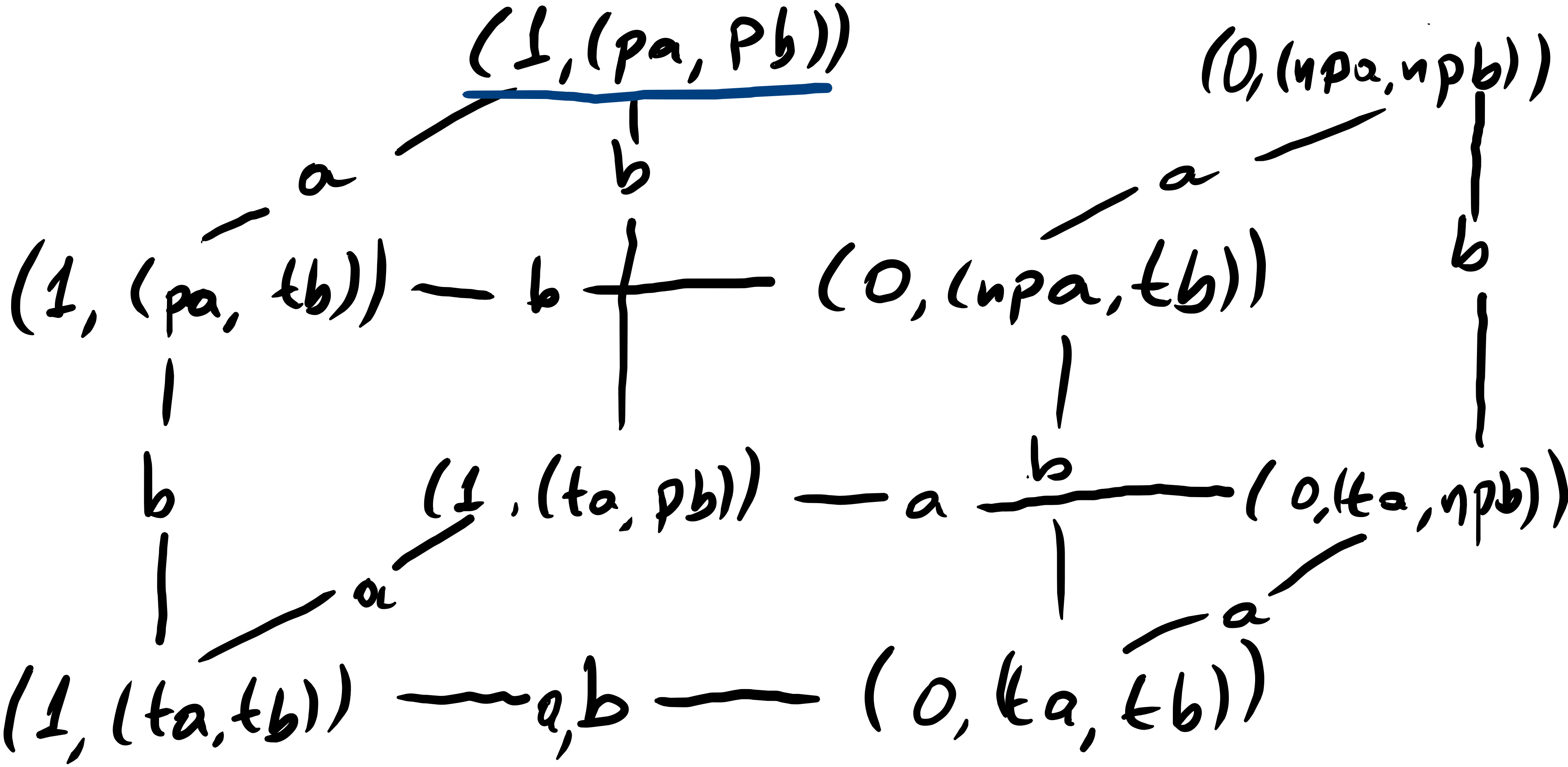
κ'

$tb \sim_b tb$

→



n.y.
$\mathrm{pre}((ta, tb)) = \top$



$$(\text{Bothmayread}, (pa, pb)) \times (\text{Letter}, 1) \Rightarrow (\text{Letter} \otimes \text{Bothmayread}, (1, (pa, pb)))$$

Exercise 5

$Read_a$ $\quad \langle \{npa, pa\}, \sim, pre \rangle$

$\sim_a$ ταυτοτική $\qquad \sim_b$ καθολική

Αντίστοιχα $Read_b$

$pre() = \bot \qquad pre() = \bot$

$D(Read_a ; Read_b) = \{(npa, npb), (npa, pb), (pa, npb), (pa, pb)\}$

$pre() = \bot \qquad pre() = \bot$

Partitions Anne: $\{(npa, npb), (npa, pb)\}, \{(pa, npb), (pa, pb)\}$

αντίστοιχα για τον Bill

Συγκεκριμένα: $npa \sim_a npa$ και $npb \sim_a pb$

άρα $(npa, npb) \sim_a (npa, pb)$

Preconditions

$pre((npa, npb)) = \langle Read_a, npa \rangle pre(npb) = \neg p$

ισοδύναμα

$pre(npa) \wedge [Read_a, npa] pre(npb)$

δηλαδή

$\neg p \wedge [Read_a, npa] \neg p$, είναι το $\neg p$

$pre((npa, pb)) = \langle Read_a, npa \rangle pre(pb) = \perp$

δηλαδή $pre(npa) \wedge [Read_a, npa] pre(pb)$

$\neg p \wedge [Read_a, npa] p$, άρα $\perp$

→

Σύνθεση

$(0, (\neg pa, \neg pb))$ $\quad$ $\underline{(1, (pa, pb))}$

Τελικό epistemic frame

Με Αλληλουχία

ισομορφικό αποτέλεσμα

$((0, \neg pa), \neg pb)$ $\quad$ $\underline{((1, pa), pb)}$