

# Ψηφιακές Υπογραφές

---

Παναγιώτης Γροντάς

ΕΜΠ

Κρυπτογραφία

2024 - 2025



# Περιεχόμενα

---

- Ορισμός - Μοντελοποίηση
- Ψηφιακές Υπογραφές RSA
  - Επιθέσεις - Παραλλαγές
  - Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου
- Ψηφιακές Υπογραφές DLP
  - Επιθέσεις - Παραλλαγές
- Το πρόβλημα της αυθεντικότητας κλειδιών
- Προχωρημένα Σχήματα



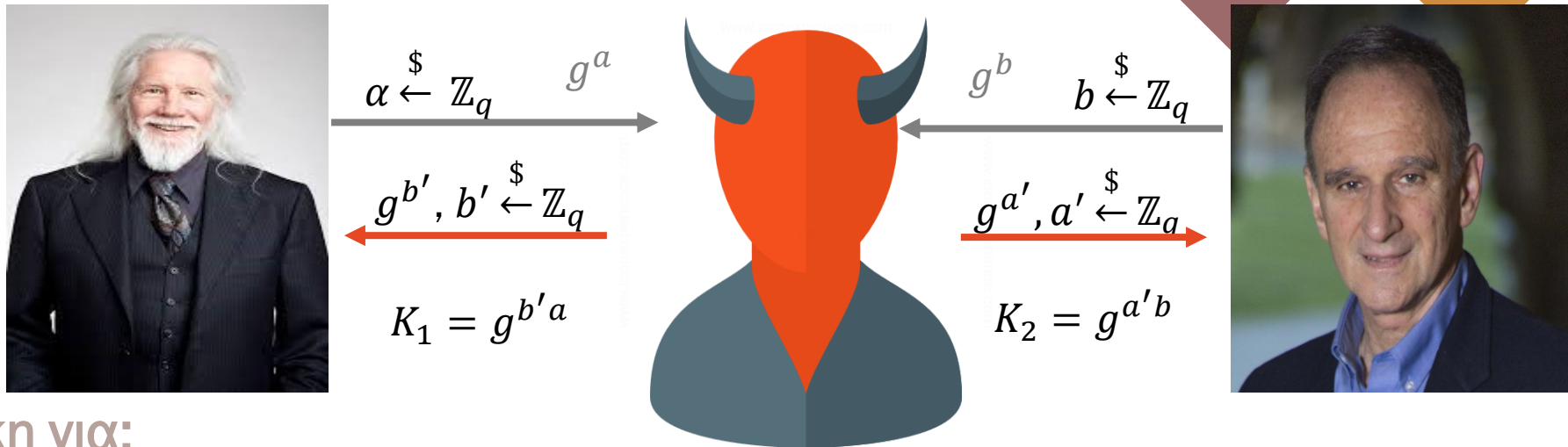


# Ορισμός - Μοντελοποίηση

---

# Motivation

- Ανταλλαγή κλειδιού Diffie-Hellman με ενεργούς αντιπάλους
  - MiTM attacks



- **Ανάγκη για:**
  - **Ακεραιότητα:** Το μήνυμα είναι ακριβώς αυτό που έστειλε ο αποστολέας.
  - **Αυθεντικότητα:** Το μήνυμα στάλθηκε από αυτόν που φαίνεται ότι στάλθηκε
- **MACs:** Μειονεκτήματα συμμετρικής κρυπτογραφίας


# Ψηφιακές Υπογραφές

---

- Ασύμμετρα MACs
- Αποστολέας  $S$  (υπογράφων)
- Παραλήπτης  $V$  (επαληθεύων)
- Ο αποστολέας  $S$ 
  - Εκτελεί αλγόριθμο  $KGen$  και παράγει ζεύγος κλειδιών  $(vk, sk)$
  - Το κλειδί υπογραφής  $sk$  παραμένει **ιδιωτικό**.
  - Το κλειδί επαλήθευσης  $vk$  **δημοσιοποιείται**
- Υπογραφή:
  - Μετασχηματισμός μηνύματος με τη βοήθεια του κλειδιού
  - Η υπογραφή εξαρτάται από το μήνυμα
  - Αλγόριθμος  $Sign(sk, m) \rightarrow \sigma$
- Επαλήθευση:
  - Αλγόριθμος  $Vf(pk, m, \sigma) \rightarrow 0/1$
  - Χρειάζεται και το μήνυμα
- Μετάδοση:
  - Οποιαδήποτε αλλοίωση θα γίνει αντιληπτή, γιατί θα χαλάσει την αντιστοιχία μηνύματος υπογραφής

# Πλεονεκτήματα

---

- Εύκολη διανομή κλειδιού
  - Δημόσια επαληθευσimότητα
    - Δεν επαληθεύει μόνο ο  $V$
    - Οποιοσδήποτε αποκτήσει το δημόσιο κλειδί του  $S$
  - Μη αποκήρυξη (non – repudation)
    - Κανείς δεν μπορεί να αρνηθεί την υπογραφή του
    - Τα κλειδιά  $sk, vk$  συνδέονται μαθηματικά
  - Αυθεντικοποίηση
    - Με την υπόθεση της κατοχής του ιδιωτικού κλειδιού
- 
- Προηγμένες Λειτουργίες
  - Ιδιωτικότητα
    - Τυφλές υπογραφές
  - Ανωνυμία
    - Ομαδικές υπογραφές, υπογραφές δακτυλίου
  - Ελεγχόμενη επαληθευσimότητα
    - Καθορισμένος επαληθευτής

# Μειονεκτήματα

---

- **Αυθεντικότητα κλειδιού**
  - Πώς είμαστε σίγουροι ότι το δημόσιο κλειδί αντιστοιχεί όντως στην ταυτότητα του  $S$  (που φαίνεται στον δημόσιο κατάλογο)
  - Πώς είμαστε σίγουροι ότι το ιδιωτικό κλειδί ήταν όντως στην κατοχή του  $S$  κατά τη δημιουργία της υπογραφής
- **Οι ψηφιακές υπογραφές λύνουν τα προβλήματα**
  - Ανταλλαγής κλειδιού
  - Αυθεντικότητας μηνύματος
  - Ακεραιότητας μηνύματος
- **Οι ψηφιακές υπογραφές δημιουργούν το πρόβλημα**
  - Αυθεντικότητας κλειδιού
- **Μαθηματικές και μη λύσεις**

# Ορισμός

---

- Σχήμα υπογραφής: Μια τριάδα αλγορίθμων
  - $KGen(1^\lambda) \rightarrow (vk, sk)$
  - $Sign(sk, m) \rightarrow \sigma, \mathbf{m} \in \{0, 1\}^*$
  - $Vf(pk, m, \sigma) \rightarrow 0/1$
- Έγκυρη υπογραφή
  - $Vf(pk, m, \sigma) = 1$
- Ορθότητα
  - $Vf(pk, m, Sign(sk, m)) = 1, \forall (vk, sk) \leftarrow KGen(1^\lambda)$





# Πλαστογράφηση

## Πλαστογραφηση (Forgery)

Ο  $\mathcal{A}$  παράγει μια έγκυρη υπογραφή για κάποιο μήνυμα χωρίς τη συμμετοχή του  $S$  – δηλ. του κατόχου του ιδιωτικού κλειδιού που αντιστοιχεί στο δημόσιο που την επαληθεύει

- **Καθολική (universal)**
  - Ο  $\mathcal{A}$  παράγει μια έγκυρη υπογραφή για οποιοδήποτε μήνυμα
  - Ισοδυναμεί με την κατοχή του ιδιωτικού κλειδιού του  $S$
- **Επιλεκτική (selective)**
  - Ο  $\mathcal{A}$  παράγει μια έγκυρη υπογραφή για ένα συγκεκριμένο μήνυμα της επιλογής του
  - Το μήνυμα επιλέγεται **ΠΡΙΝ** την επίθεση
  - **Πρακτικά: Το μήνυμα πρέπει να έχει κάποιες προδιαγραφές. Π.χ.**
    - Να έχει νόημα σε κάποιο πρωτόκολλο
    - Να έχει συγκεκριμένες ιδιότητες
- **Υπαρξιακή (existential)**
  - Ο  $\mathcal{A}$  παράγει μια έγκυρη υπογραφή για ένα συγκεκριμένο μήνυμα της επιλογής του
  - Το μήνυμα επιλέγεται **ελεύθερα**
  - **Πρακτικά:**
    - μπορεί να αποτελείται και από τυχαία bits.
    - π.χ. έξοδος hash

# Αντίπαλοι

---

- Παθητικός (passive)
  - Γνωρίζει μόνο το κλειδί επαλήθευσης και ζεύγη μηνυμάτων, έγκυρων υπογραφών
- Ενεργός (active)
  - Μπορεί να αποκτήσει έγκυρες υπογραφές σε μηνύματα της επιλογής του (chosen message attack)
- Ενεργός με προσαρμοστικότητα (adaptive active)
  - Μπορεί να αποκτήσει έγκυρες υπογραφές σε μηνύματα της επιλογής του που εξαρτώνται από προηγούμενες έγκυρες υπογραφές

# Ασφάλεια Ψηφιακών Υπογραφών



## Ασφάλεια ως προς

- τον δυνατότερο αντίπαλο (adaptive adversary)
- ευνοϊκότερη επίθεση (chosen message attack)
- ευκολότερη συνθήκη νίκης (existential unforgeability)

## EUFCMA

Ένα σχήμα υπογραφής είναι **ασφαλές** αν δεν επιτρέπει σε κανέναν ενεργό αντίπαλο με προσαρμοστικότητα να επιτύχει υπαρξιακή πλαστογράφιση σε επίθεση επιλεγμένων μηνυμάτων

# Ασφάλεια Ψηφιακών Υπογραφών

## Το παιχνίδι πλαστογράφησης Forge-Game για EUF-CMA

- $(vk, sk) \leftarrow KGen(1^\lambda)$
- $Q = \{(m_i, \sigma_i)\}_{i=1}^{poly(\lambda)} \leftarrow \mathcal{A}^{Sign}(vk)$
- $(m^*, \sigma^*) \leftarrow \mathcal{A}(vk, Q)$
- If  $Vf(pk, m^*, \sigma^*) = 1$  and  $m^* \notin Q$  then return 1
- Else return 0

Ένα πρωτόκολλο υπογραφών  $\Pi = (KGen, Sign, Vf)$  παρέχει ασφάλεια EUF-CMA αν  $\forall PPT \mathcal{A}$ :

$$\Pr[Forge - Game_{\mathcal{A}, \Pi}(1^\lambda) = 1] \leq negl(\lambda)$$

Ο αντίπαλος απλά δεν πρέπει να έχει δει το συγκεκριμένο ζεύγος μηνύματος υπογραφής  
Μπορεί να φτιάξει νέα πλαστογράφηση για  $m^*$   
π.χ μέσω malleability

$m^*$  είναι νέο μήνυμα  
Δεν πρέπει να έχει ζητηθεί υπογραφή καθόλου  
γι' αυτό

## Παραλλαγή strong EUF-CMA (SUF-CMA):

Ορισμός: όμοιος με EUF-CMA

Συνθήκη νίκης  $\mathcal{A}$

$$Vf(pk, m^*, \sigma^*) = 1 \text{ and } (m^*, \sigma^*) \notin Q$$

SUF-CMA security  $\Rightarrow$  EUF-CMA security



# Υπογραφές RSA

---

# Υπογραφές RSA

- Δημιουργία Κλειδιών:
  - $KGen(1^\lambda) \rightarrow (sk, vk) = (d, (e, n))$
  - $n = p \cdot q$
  - $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$
  - $d = e^{-1} \text{ mod } \varphi(n)$
- Υπογραφή - 'Αποκρυπτογράφηση' RSA
  - $Sign(d, m) \rightarrow m^d \text{ mod } n$
- Επαλήθευση - 'Κρυπτογράφηση' RSA
  - $Vf((e, n), m, \sigma) \rightarrow \sigma^e = m \text{ (mod } n)$

Ορθότητα:  $\sigma^e = (m^d)^e = m^{ed} = m \text{ (mod } n)$  λόγω Θ. Euler

Καθόλου Ασφάλεια!

# Επίθεση χωρίς μήνυμα

- Είσοδος  $\mathcal{A}$ :  $vk = (e, n)$
- $Q = \emptyset$  δεν υποβάλλεται κανένα μήνυμα για υπογραφή
- Ο  $\mathcal{A}$  επιλέγει  $\sigma^* \xleftarrow{\$} \mathbb{Z}_n^*$
- Εφαρμόζει το κλειδί επαλήθευσης και υπολογίζει  $\sigma^{*e} \rightarrow m^* \in \mathbb{Z}_n^*$
- Το  $\sigma^*$  είναι πλαστογράφηση για το  $m^*$ 
  - αφού ικανοποιεί τη σχέση επαλήθευσης
  - Το  $m^*$  δεν έχει ρωτηθεί στο  $Q$
- Ο  $\mathcal{A}$  κερδίζει πάντα  $\Pr[\text{Forge} - \text{Game}_{\mathcal{A}, \text{RSA}}(1^\lambda) = 1] = 1$

Έχει νόημα η επίθεση; **Ναι**, μπορεί  $m^*$  να παράγεται από κάποια δυαδική κωδικοποίηση. Με επαναλήψεις, μπορούν να βρεθούν  $m^*$  όπου κάποια bits μπορεί να αντιστοιχούν σε έγκυρα τμήματα μηνυμάτων

# Chosen message attack - malleability

- Είσοδος  $\mathcal{A}$ :  $vk = (e, n)$
- Στόχος: Υπογραφή για κάποιο  $m^* \in \mathbb{Z}_n^*$
- Ο  $\mathcal{A}$  επιλέγει  $m_1 \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_n^*$  (Ισχύει  $m_1^{-1} \in \mathbb{Z}_n^*$ )
- Ρωτάει το μαντείο υπογραφής για υπογραφές στα  $m_1, m_2 = m^*/m_1$
- $Q = \{(m_1, \sigma_1), (m_2, \sigma_2)\}$
- Υπολογισμός  $\sigma^* = \sigma_1 \cdot \sigma_2 = m_1^d \cdot m_2^d = (m_1 \cdot m^*/m_1)^d = m^{*d}$
- Το ζεύγος  $(m^*, \sigma^*)$  αποτελεί έγκυρη υπογραφή και  $(m^*, \sigma^*) \notin Q$
- Ο  $\mathcal{A}$  κερδίζει πάντα  $\Pr[\text{Forge} - \text{Game}_{\mathcal{A}, \text{RSA}}(1^\lambda) = 1] = 1$



# Chosen message attack - blinding

- Είσοδος  $\mathcal{A}$ :  $vk = (e, n)$
- Στόχος: Υπογραφή για κάποιο  $m^* \in \mathbb{Z}_n^*$
- Ο  $\mathcal{A}$  επιλέγει  $r \leftarrow \$ \mathbb{Z}_n^*$
- Ρωτάει το μαντείο υπογραφής για υπογραφή στο  $m = m^* r^e$  και λαμβάνει την υπογραφή  $\sigma = (m^* r^e)^d = m^{*d} r$
- $Q = \{(m, \sigma)\}$
- Υπολογισμός  $\sigma^* = \sigma^d \cdot r^{-1} = m^{*d}$
- Το ζεύγος  $(m^*, \sigma^*)$  αποτελεί έγκυρη υπογραφή και  $(m^*, \sigma^*) \notin Q$
- Ο  $\mathcal{A}$  κερδίζει πάντα  $\Pr[\text{Forge} - \text{Game}_{\mathcal{A}, \text{RSA}}(1^\lambda) = 1] = 1$

# Υπογραφές RSA – FDH (Full Domain Hash)

- Δημιουργία Κλειδιών:
  - $KGen(1^\lambda) \rightarrow (sk, vk) = (d, (e, n))$
  - $n = p \cdot q$
  - $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$
  - $d = e^{-1} \bmod \varphi(n)$
  - Επιλογή  $H: \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_n^*$  με δυσκολία εύρεσης συγκρούσεων
  - Πρακτικά:  $FDH(m) = H(m||0)|| H(m||1)|| \dots$
- Υπογραφή – Αποκρυπτογράφηση RSA
  - $Sign(d, m) \rightarrow H(m)^d \bmod n$
- Επαλήθευση – Κρυπτογράφηση RSA
  - $Vf((e, n), m, \sigma) \rightarrow \sigma^e = H(m) \bmod n$

## Πλεονέκτημα:

Υπογραφή συμβολοσειρών και όχι μόνο στοιχείων  $\mathbb{Z}_n^*$

Ορθότητα:  $\sigma^e = (H(m)^d)^e = H(m)^{ed} = H(m) \bmod n$  λόγω Θ. Euler

# Υπογραφές RSA – FDH (Full Domain Hash)

- No message attack
  - Είσοδος  $\mathcal{A}$ :  $vk = (e, n)$
  - $Q = \emptyset$  δεν υποβάλλεται κανένα μήνυμα για υπογραφή
  - Ο  $\mathcal{A}$  επιλέγει  $\sigma^* \leftarrow \$ \mathbb{Z}_n^*$
  - Εφαρμόζει το κλειδί επαλήθευσης και υπολογίζει  $\sigma^{*e} \rightarrow H(m)^* \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Για να παράξει το  $m^*$ , θα πρέπει να μπορεί να αντιστρέψει την  $H$ .
- Chosen message attack
  - Είσοδος  $\mathcal{A}$ :  $vk = (e, n)$
  - Στόχος: Υπογραφή για κάποιο  $m^* \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Ο  $\mathcal{A}$  επιλέγει  $m_1 \leftarrow \$ \mathbb{Z}_n^*$  (ισχύει  $m_1^{-1} \in \mathbb{Z}_n^*$ )
  - Ρωτάει το μαντείο υπογραφής για υπογραφές στα  $m_1, m_2 = m^*/m_1$
  - $Q = \{(m_1, \sigma_1), (m_2, \sigma_2)\}$
  - Υπολογισμός  $\sigma^* = \sigma_1 \cdot \sigma_2 = H(m_1)^d H(m_2)^d$

# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

---

- Αρκούν οι ιδιότητες των συναρτήσεων σύνοψης?
  - Pre-image resistance
  - Second Pre-image resistance
  - Collision Resistance
- **ΌΧΙ**
  - Χρειάζεται κάτι ισχυρότερο
    - Μπορεί να ταυτίζονται τμήματα δύο hash π.χ.
  - Χρειάζεται η  $H$  να συμπεριφέρεται ως τυχαία συνάρτηση.
    - Απόδειξη στο **μοντέλο του τυχαίου μαντείου** (M. Bellare, P. Rogaway – 1993)

Mihir Bellare and Phillip Rogaway. 1993. Random oracles are practical: a paradigm for designing efficient protocols. In Proceedings of the 1st ACM conference on Computer and communications security (CCS '93). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 62–73. <https://doi.org/10.1145/168588.168596>

# Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου

Μοντελοποίηση τυχαίας συνάρτησης

Πώς θα φτιάχναμε μια πραγματικά τυχαία συνάρτηση:



| Input ( $n$ bits)  | Output ( $l(n)$ bits)                         |
|--------------------|---|
| 0000000...00000000 | Συμβολοσειρά με πιθανότητα εμφάνισης $1/l(n)$ |
| 0000000...00000001 | Συμβολοσειρά με πιθανότητα εμφάνισης $1/l(n)$ |
| 0000000...00000010 | Συμβολοσειρά με πιθανότητα εμφάνισης $1/l(n)$ |
| 0000000...00000011 | Συμβολοσειρά με πιθανότητα εμφάνισης $1/l(n)$ |
| .....              | .....   |
| 1111111...11111111 | Συμβολοσειρά με πιθανότητα εμφάνισης $1/l(n)$ |

# Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου

---

- Όμως είναι πρακτικά αδύνατο να κατασκευαστεί αποδοτικά
  - $H: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^{l(n)}$  με  $\Pr[H(x) = h] = \frac{1}{2^{l(n)}}$
  - Θα θέλαμε  $2^n$  ανεξάρτητες αποτιμήσεις
  - Εκθετική αποθήκευση και αποτίμηση
  - Επίσης συνήθως  $H: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^{l(n)}$
- Τυχαίο μαντείο: αφαίρεση τυχαίας συνάρτησης

# Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου

- Τυχαίο μαντείο: αφαίρεση τυχαίας συνάρτησης
  - Μαύρο κουτί - απαντάει σε ερωτήσεις
  - (Τέλεια) Ασφάλεια στο κανάλι επικοινωνίας (μοντελοποίηση τοπικής αποτίμησης)
  - Είναι συνάρτηση (ίδια είσοδος - ίδια έξοδος σε κάθε κλήση)
  - Είναι συνάρτηση σύνοψης (υπάρχουν συγκρούσεις – αλλά είναι δύσκολο να βρεθούν)
- Δυναμική κατασκευή - Lazy Evaluation
  - Εσωτερικός πίνακας - αρχικά άδειος
  - Για κάθε ερώτηση: έλεγχος αν έχει ήδη απαντηθεί
  - Αν ναι, τότε ανάκτηση της απάντησης
  - Αν όχι, απάντηση με τυχαία τιμή και αποθήκευση για μελλοντική αναφορά

# Αποδείξεις στο μοντέλο τυχαίου μαντείου

---

- Ο  $\mathcal{A}$  νομίζει ότι αλληλεπιδρά με το τυχαίο μαντείο
- Στην πραγματικότητα το προσομοιώνει η αναγωγή
- Μπορούμε να μάθουμε τις ερωτήσεις του  $\mathcal{A}$
- Μπορούμε να προγραμματίσουμε τις απαντήσεις ώστε να εκμεταλλευτούμε την ύπαρξη του αντιπάλου (programmability)
- Οι απαντήσεις δεν πρέπει να διαχωρίζονται από ομοιόμορφα επιλεγμένες τιμές.
- Στο πραγματικό πρωτόκολλο το τυχαίο μαντείο αντικαθίσταται από μία πραγματική συνάρτηση (πχ. SHA256)

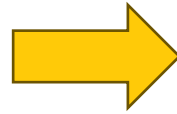


# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

---

## ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν το πρόβλημα RSA είναι δύσκολο, τότε οι υπογραφές RSA-FDH παρέχουν ασφάλεια έναντι υπαρκτικής πλαστογράφησης με επιλεγμένα μηνύματα (EUF-CMA) στο μοντέλο του τυχαίου μαντείου.



## ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν υπάρχει αντίπαλος  $F$  ο οποίος παράγει πλαστογράφηση στο RSA-FDH με πιθανότητα τουλάχιστον  $p_F$  μετά από  $q_H$  ερωτήματα στο τυχαίο μαντείο, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε αντίπαλο  $R$  ο οποίος λύνει το πρόβλημα RSA με πιθανότητα  $p_R \geq \frac{p_F}{q_H}$ .

# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

## Επίθεση χωρίς μήνυμα

---

- Ο  $F$  μπορεί να κατασκευάσει πλαστογράφηση
- Θα κατασκευάσουμε αντίπαλο  $R$  που με χρήση του  $F$  και του  $RO$  θα λύσει το πρόβλημα RSA.
  - Είσοδος  $R$ :  $(e, n), y \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Έξοδος  $R$ :  $y^{e^{-1}}$ , χωρίς γνώση του  $d$
- Υπόθεση: Για την πλαστογράφηση  $(m^*, \sigma^*)$  έχει ερωτηθεί προηγουμένως το  $RO$  για το  $m^*$
- Συνέπεια: Αν  $\sigma^*$  είναι έγκυρη υπογραφή τότε:  $\sigma^{*e} = H(m^*)$
- Άρα:  $\sigma^* = H(m^*)^{e^{-1}}$
- Ο  $R$  πρέπει να μαντέψει πότε ο  $F$  θα ρωτήσει το  $m^*$  στο  $RO$ .

# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

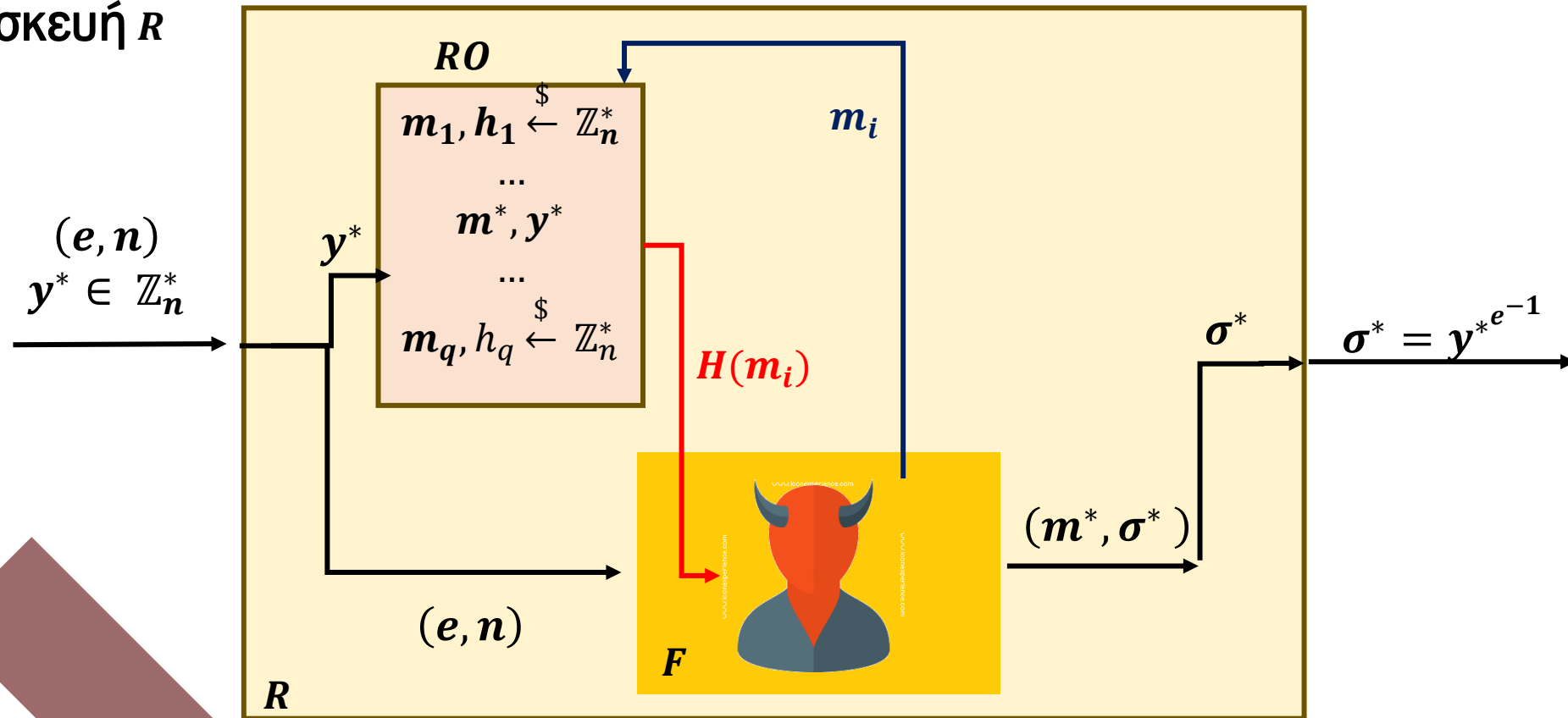
## Επίθεση χωρίς μήνυμα

- Ο  $R$  απαντάει τις ερωτήσεις για το  $m_i$  με  $h_i \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_n^*$  για  $i \in [q_H]$
- Δηλαδή  $H(m_i) = h_i$
- Ο  $R$  μαντεύει ότι η πλαστογράφιση θα γίνει στο ερώτημα  $j$
- Δηλαδή  $m^* = m_j$
- Πιθανότητα να έχει μαντέψει σωστά  $1/q_H$
- Τότε απαντάει με  $y^*$
- Δηλαδή  $H(m_j) = y^*$
- Αν ο  $F$  κάνει πλαστογράφιση στο ερώτημα  $j$  τότε  $\sigma^*$  έγκυρη υπογραφή
- Δηλαδή  $\sigma^* = H(m_j)^{e^{-1}} = y^{*e^{-1}}$
- Πιθανότητα πλαστογράφισης  $\geq p_F$
- Πιθανότητα πλαστογράφισης στο  $j$  ερώτημα  $\geq p_F/q_H$

# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH Επίθεση χωρίς μήνυμα

$$\sigma^{*e} = H(m^*) \Rightarrow$$
$$\sigma^* = H(m^*)^d = H(m^*)^{e^{-1}}$$

Κατασκευή  $R$



# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

## Επίθεση χωρίς μήνυμα

---

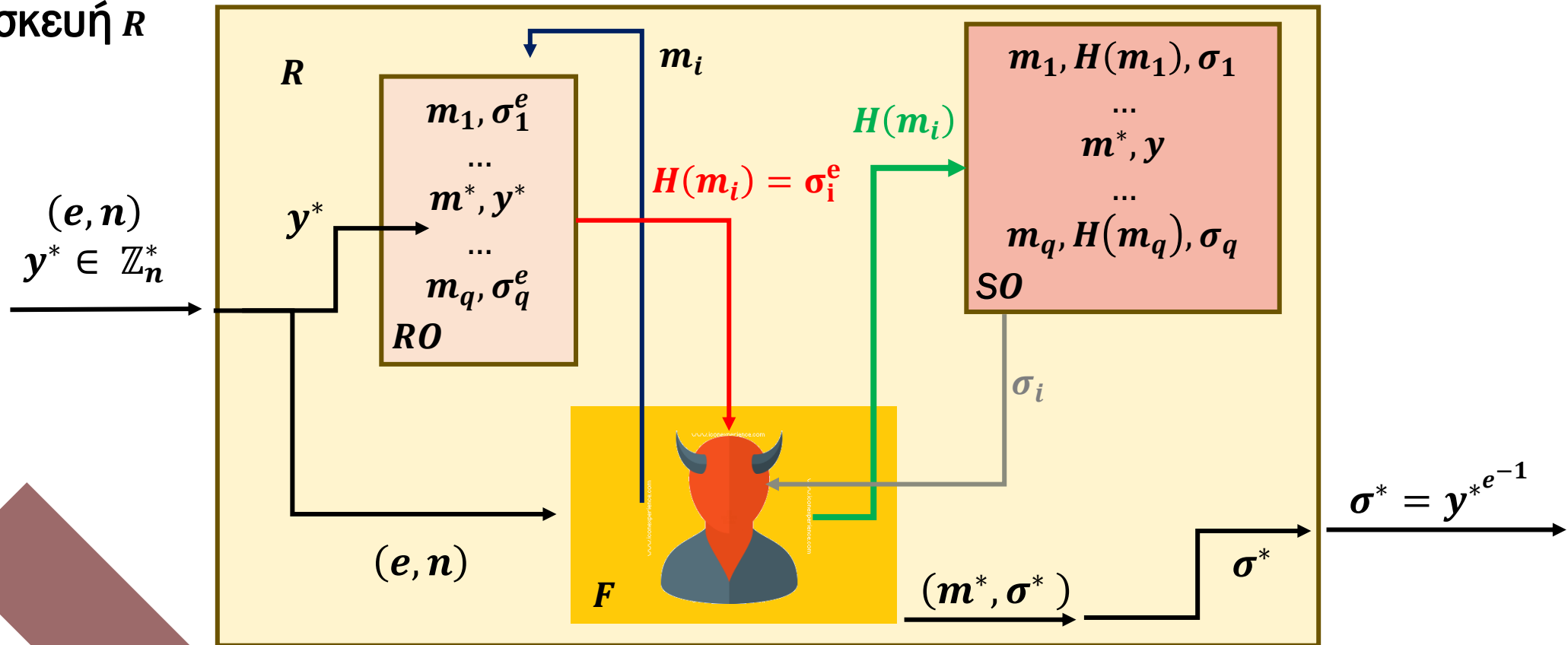
- Ασυμπτωτικά έχουμε:
  - $q_H \in poly(\lambda)$  γιατί ο  $F$  είναι PPT.
  - Αν το πρόβλημα RSA είναι δύσκολο:
    - $p_R \in negl(\lambda)$
  - Άρα:
    - $p_F \leq p_R \cdot q_H \in negl(\lambda)$
- Πρακτικά υπάρχει απώλεια ασφάλειας  $q_H$ :
  - Π.χ. αν  $p_R = 2^{-60}$  και  $q_H = 2^{50}$  τότε  $p_F \leq 2^{-10}$

# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος (CMA)

$$\sigma^{*e} = H(m^*) \Rightarrow$$

$$\sigma^* = H(m^*)^d = H(m^*)^{e-1}$$

Κατασκευή  $R$



# Απόδειξη Ασφάλειας RSA-FDH

## Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος (CMA)

- Ο  $F$  ζητάει συνόψεις ΚΑΙ υπογραφές από τον  $R$
- Ο  $R$  δεν μπορεί να υπογράψει εφόσον δεν γνωρίζει το  $sk = d$
- Θα εκμεταλλευτεί ότι μπορεί να προσομοιώσει το  $RO$
- Ερώτηση για  $H(m)$ 
  - Επιλογή  $\sigma \in \mathbb{Z}_n^*$  και επιστροφή  $\sigma^e$
  - Αποθήκευση τριάδας:  $(m, \sigma, \sigma^e)$
- Ερώτηση για  $Sign(m)$ 
  - Ανάκτηση  $\sigma$  από την τριάδα  $(m, \sigma, \sigma^e)$
- Τετριμμένα:
  - $\sigma^e = (\sigma^e) = H(m)$
- Άρα  $\sigma$  είναι έγκυρη υπογραφή!

# Κριτική μοντέλου τυχαίου μαντείου

## ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Άχρηστη' απόδειξη: Καμία πραγματική συνάρτηση  $H$  δεν είναι random oracle
- Programmability: Η περιγραφή της  $H$  είναι σταθερή στην πραγματικότητα
- Ύπαρξη 'θεωρητικών' σχημάτων τα οποία αποδεικνύονται ασφαλή, αλλά οποιαδήποτε κατασκευή τους είναι μη ασφαλής

## ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- Η απόδειξη εστιάζει στο πρωτόκολλο και όχι στο  $H$
- Απόδειξη με χρήση τυχαίου μαντείου είναι καλύτερη από απουσία απόδειξης
- Η μόνη αδυναμία: η συνάρτηση σύνοψης
- Δεν υπάρχουν πραγματικές επιθέσεις που να έχουν εκμεταλλευτεί την απόδειξη μέσω τυχαίου μαντείου