



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Προηγμένα Θέματα Αλγορίθμων

Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα

Εαρινό εξάμηνο 2017-18

(ΕΜΠ – ΑΛΜΑ)

Διδάσκων: Α. Παγουρτζής

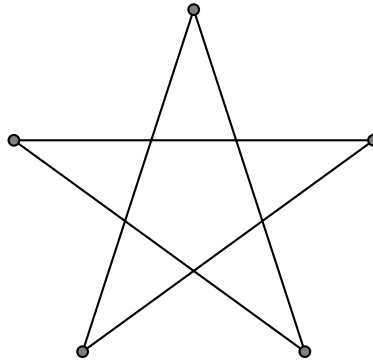
1η σειρά ασκήσεων

Προθεσμία παράδοσης: 30/3/2018

Οι σημειωμένες με * ασκήσεις είναι προαιρετικές

Άσκηση 1

Σχεδιάστε δύο ευθείες γραμμές στο παρακάτω σχήμα ώστε να εμφανιστούν δέκα μη επικαλυπτόμενα τρίγωνα:



Άσκηση 2

Ορίζουμε το πρόβλημα Generalized Matching ως εξής: με κάθε κόμβο v συσχετίζεται μια ακέραια τιμή $m(v)$ που αντιπροσωπεύει το μέγιστο πλήθος γειτόνων που επιτρέπεται να έχει ο v στο γενικευμένο ταίριασμα.

(α) Εξηγήστε γιατί το πρόβλημα αποτελεί γενίκευση του κλασικού Matching.

(β) Βρείτε αλγόριθμο που να επιλύει βέλτιστα το Generalized Matching σε διμερείς (μη κατευθυνόμενους) γράφους. Εξηγήστε την ορθότητα του αλγορίθμου σας και βρείτε την πολυπλοκότητά του.

Άσκηση 3

Αποδείξτε ότι ο παρακάτω αλγόριθμος είναι 2-προσεγγιστικός για το πρόβλημα Vertex Cover:

Βρες ένα δένδρο με αναζήτηση κατά βάθος (DFS) στον δοσμένο γράφο G και δώσε σαν έξοδο το σύνολο των κόμβων S που δεν είναι φύλλα.

Άσκηση 4

(α) Αποδείξτε τον λόγο προσέγγισης του Greedy αλγορίθμου για το Cardinality Set Cover χρησιμοποιώντας την τεχνική της απόδειξης για το πρόβλημα Maximum Coverage (δηλαδή ότι σε κάθε επανάληψη καλύπτεται τουλάχιστον το $1/3$ των

ακάλυπτων στοιχείων του U , όπου OPT είναι ο αριθμός των συνόλων της βέλτιστης λύσης).

(β) Προσαρμόστε την απόδειξη ώστε να αποδείξετε τον ίδιο λόγο προσέγγισης και για το Weighted Set Cover. Τι αντιπροσωπεύει τώρα το OPT;

(γ)* Βρείτε tight example για τον λόγο προσέγγισης του Greedy για το πρόβλημα Vertex Cover ή για το Weighted Vertex Cover.

Άσκηση 5

(α) Αποδείξτε τον λόγο προσέγγισης του f -προσεγγιστικού αλγορίθμου που συζητήσαμε στο μάθημα για το πρόβλημα Set Cover, όπου f είναι το μέγιστο πλήθος συνόλων στα οποία μπορεί να ανήκει κάποιο στοιχείο. Βρείτε tight example.

(β)* Μπορείτε να γενικεύσετε στο πρόβλημα Weighted Set Cover;

Υπόδειξη: προσπαθήστε να γενικεύσετε την ιδέα του degree-weighted αλγορίθμου για το Weighted Vertex Cover.

Άσκηση 6

(α) Συμπληρώστε (όσο μπορείτε καλύτερα) την απόδειξη που θα βρείτε στις διαφάνειες για τον λόγο προσέγγισης $5/3$ για το πρόβλημα Metric TSP_{(s,t)-path}. Συγκεκριμένα, εξηγήστε τον ρόλο του όρου $c_{s,t}$ στην ανάλυση καθενός από τους δύο επιμέρους αλγορίθμους.

(β) Δώστε tight example για τους επιμέρους αλγορίθμους, καθώς και για τον συνολικό αλγόριθμο.