



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Προηγμένα Θέματα Αλγορίθμων

Αλγόριθμοι Δικτύων και Πολυπλοκότητα

Εαρινό εξάμηνο 2017-18

(ΕΜΠ – ΑΛΜΑ)

Διδάσκων: Α. Παγουρτζής

3η σειρά ασκήσεων

Προθεσμία παράδοσης: 6/7/2018

*Προσοχή: οι σημειωμένες με * ασκήσεις είναι προαιρετικές και συνεισφέρουν θετικά μόνο στη βαθμολογία της σειράς.*

Άσκηση 1

Λύστε την άσκηση 1.23 από το βιβλίο των Mitzenmacher-Urfal.

Άσκηση 2

(α) Παράγουμε τυχαία (ομοιόμορφη κατανομή) bits x_1, \dots, x_N . Για κάθε υποσύνολο του $\{1, \dots, N\}$ ορίζουμε $x_A = \text{XOR}_{i \in A} x_i$. Δείξτε ότι για κάθε $A \neq B$, τα ενδεχόμενα « $x_A = 1$ » και « $x_B = 1$ » είναι ανεξάρτητα.

(β) Τροποποιήστε τον πιθανοτικό αλγόριθμο που δίνει MaxCut δοσμένου γράφου $G = (V, E)$ με τουλάχιστον $|E|/2$ ακμές, ώστε να χρησιμοποιεί $O(\log |V|)$ bits.

(γ) Μετατρέψτε τον αλγόριθμο του (β) σε ντετερμινιστικό.

Άσκηση 3

Λύστε την άσκηση 6.2 από το βιβλίο των Mitzenmacher-Urfal.

Άσκηση 4*

Σχεδιάστε κατανεμημένο αλγόριθμο για εύρεση μέγιστου ανεξάρτητου συνόλου (**Independent Set**) σε συγχρονισμένο δακτύλιο. Υποθέστε ότι οι κόμβοι έχουν διαφορετικά IDs, ο κάθε κόμβος γνωρίζει το ID του, ενώ δεν γνωρίζει τον συνολικό αριθμό κόμβων n . Ποια είναι η χρονική πολυπλοκότητα (round complexity) και ποια η πολυπλοκότητα επικοινωνίας (message complexity) του αλγορίθμου σας;

Άσκηση 5*

Διατυπώστε παραμετρικό αλγόριθμο για το πρόβλημα **Dominating Set** με παράμετρο το μέγεθος του κυρίαρχου συνόλου. Είναι ο αλγόριθμός σας FPT; Εξηγήστε. Αλλάζει κάτι όταν ο γράφος εισόδου έχει βαθμό φραγμένο από μία σταθερά Δ ;

Άσκηση 6*

Τροποποιήστε το παράδειγμα του Ρίγου, ώστε η συνάρτηση καθυστέρησης στην μία ακμή να είναι x^k για κάποιο σταθερό k (ενώ στην άλλη ακμή η συνάρτηση καθυστέρησης παραμένει 1). Βρείτε τα σημεία ισορροπίας Nash. Ποιο είναι το τίμημα της αναρχίας στο παράδειγμα αυτό; Τι συμπέρασμα προκύπτει για δίκτυα με τέτοιου είδους συναρτήσεις καθυστέρησης; Συζητήστε την περίπτωση $k \rightarrow \infty$.