Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Α. Παγουρτζής, Δ. Σούλιου, Π. Γροντάς

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 24/11/2026

Άσκηση 1: Ηλεκτρικό Πατίνι

Ο Δημήτρης είναι ενθουσιασμένος με το νέο videogame που πήρε δώρο για τη γιορτή του. Το παιχνίδι είναι εξαιρετικά απλό (σε βαθμό που σας κάνει εντύπωση το τόσο μεγάλο ενδιαφέρον του Δημήτρη για αυτό). Στο ξεκίνημα κάθε γύρου δίνεται μια ευθεία με N σταθμούς, κάθε σταθμός i χαρακτηρίζεται από έναν ακέραιο g_i (που μπορεί να είναι θετικός, αρνητικός ή 0). Ο παίκτης οδηγεί ένα ηλεκτρικό πατίνι και εκτελεί Q διαδρομές (στην ευθεία, μετακινούμενος πάντα από αριστερά προς τα δεξιά) σε κάθε γύρο του παιχνιδιού. Για κάθε διαδρομή j, το σύνολο πόντων p_j του παίκτη είναι αρχικά 0 και μεταβάλλεται κατά g_i, αν ο παίκτης περάσει από τον σταθμό i κατά τη διάρκεια της διαδρομής. Τα χαρακτηριστικά των διαδρομών καθορίζονται από τον αλγόριθμο του παιχνιδιού. Κάθε διαδρομή j χαρακτηρίζεται από τον προορισμό t_j, το ελάχιστο επιτρεπτό μήκος a_j και το μέγιστο επιτρεπτό μήκος b_j. Στόχος του παίκτη είναι να υπολογίσει (πολύ γρήγορα, πρακτικά άμεσα) τον σταθμό s_j από τον οποίο πρέπει να ξεκινήσει τη διαδρομή j ώστε να μεγιστοποιήσει το σύνολο πόντων p_j στο τέλος της διαδρομής t_j (προφανώς ο αρχικός σταθμός πρέπει να ικανοποιεί τις $1 \leq s_j \leq t_j$ και $a_j \leq t_j - s_j + 1 \leq b_j$).

Είναι σημαντικό να αποσπάσετε την προσοχή του Δημήτρη από το videogame, για μπορέσει να σας βοηθήσει με τις ασκήσεις των Αλγορίθμων. Αποφασίζετε λοιπόν να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει το μέγιστο σύνολο πόντων για κάθε διαδρομή στο συγκεκριμένο παιχνίδι.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα σας αρχικά θα διαβάζει από το standard input δύο θετικούς ακεραίους, το πλήθος N των σταθμών και το πλήθος Q των διαδρομών ενός γύρου του παιχνιδιού. Στην επόμενη γραμμή θα δίνονται N ακέραιοι αριθμοί $g_1, \ldots, g_N$ που χαρακτηρίζουν τους σταθμούς. Σε κάθε μία από τις επόμενες Q γραμμές, θα δίνονται τρεις θετικοί ακέραιοι t_j, a_j και b_j που αντιστοιχούν στον προορισμό, το ελάχιστο μήκος και το μέγιστο μήκος της αντίστοιχης διαδρομής.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα σας πρέπει να τυπώνει στο standard output Q ακέραιους (σε διαφορετική γραμμή τον καθένα) που αντιστοιχούν στο μέγιστο σύνολο πόντων που μπορεί να συλλέξει ο παίκτης για κάθε διαδρομή. Σημειώνεται ότι κάποια από τα τελικά αποτελέσματα μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32}.

Περιορισμοί:

$1 \leq N \leq 200.000$
$1 \leq Q \leq 50.000$
$1 \leq a_j \leq t_j \leq N$
$1 \leq a_j \leq b_j \leq N$
$-10^9 \leq g_i \leq 10^9$
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.
Όριο μνήμης: 64 MB.

Παραδείγματα Εισόδου:

```
10 3
-22 0 78 -48 94 68 -7 -73 8 62
7 7 7
5 5 6
9 2 5

8 4
-1 100 -2 5 3 -5 2 2
2 1 2
5 1 7
7 2 6
8 7 7
```

Παραδείγματα Εξόδου:

```
163
102
90

100
106
103
105
```

Άσκηση 2: Δώρο Χριστουγέννων

Η κυβέρνηση της επαρχίας του Δυναμικού Προγραμματισμού, στη χώρα των Αλγορίθμων, θέλει να πείσει τους πάντες ότι το Δώρο των Χριστουγέννων, που λαμβάνουν ως επιμίσθιο οι εργαζόμενοι για τις γιορτές, αυξάνεται σχεδόν κάθε χρόνο τα τελευταία N χρόνια. Η στατιστική υπηρεσία συνέλεξε τα δεδομένα και άρχισε να τα επεξεργάζεται. Εκτίμησαν το μέσο ύψος p_i του Δώρου, για κάθε έτος $i = 1, \ldots, N$, και υπολόγισαν τη Μέγιστη Αύξουσα Υπακολουθία της ακολουθίας $(p_1, p_2, \ldots, p_N)$.

Δυστυχώς, τα αποτελέσματα δεν ήταν ακριβώς αυτά που περίμεναν. Σας ανέθεσαν λοιπόν να "πειραματιστείτε" με τα δεδομένα, με στόχο να υπολογίσετε μια ελαφρώς τροποποιημένη ακολουθία, που όμως θα περιέχει σημαντικά μεγαλύτερη Μέγιστη Αύξουσα Υπακολουθία. Θεωρούν ότι αν για το μέσο ύψος του Δώρου των Χριστουγέννων διαμορφωθεί μια ακολουθία $(q_1, q_2, \ldots, q_N)$ που προκύπτει από την αρχική $(p_1, p_2, \ldots, p_N)$ προσθέτοντας την ίδια τιμή x, $-K \leq x \leq K$, στις τιμές ενός διαστήματος $(p_l, \ldots, p_r)$ της αρχικής, η τροποποίηση δύσκολα θα γίνει αντιληπτή και η κυβέρνηση δεν θα αναγκαστεί να αναιρέσει τον ισχυρισμό της.

Έχετε λοιπόν στη διάθεσή σας την πραγματική ακολουθία $(p_1, p_2, \ldots, p_N)$ του Δώρου των Χριστουγέννων για τα τελευταία N χρόνια και έναν μη αρνητικό ακέραιο K. Ζητείται να υπολογίσετε τη μέγιστη δυνατή Μέγιστη Αύξουσα Υπακολουθία που μπορεί να επιτευχθεί από μια τροποποιημένη ακολουθία $(q_1, q_2, \ldots, q_N)$, για την οποία ισχύει ότι υπάρχει ένα διάστημα δεικτών $[l, r]$ και μια τιμή x, $-K \leq x \leq K$, έτσι ώστε $q_i = p_i + x$, για κάθε έτος i στο διάστημα $[l, r]$, και $q_i = p_i$ για κάθε έτος i εκτός του διαστήματος $[l, r]$.

Δεδομένα Εισόδου: Η πρώτη γραμμή της εισόδου θα αποτελείται από δύο ακέραιους N και K που εκφράζουν το πλήθος των ετών (το N) και τη μέγιστη δυνατή απόκλιση από τις πραγματικές τιμές (το K). Προσέξτε ότι το K μπορεί να είναι 0. Η δεύτερη γραμμή της εισόδου θα περιέχει N μη αρνητικούς ακέραιους $p_1, p_2, \ldots, p_N$ που εκφράζουν το μέσο ύψος του Δώρου των Χριστουγέννων για καθένα από τα τελευταία N χρόνια.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμά σας πρέπει να τυπώνει έναν μη αρνητικό ακέραιο που αντιστοιχεί στο μέγιστο μήκος της Μέγιστης Αύξουσας Υπακολουθίας που μπορεί να επιτευχθεί από μια τροποποιημένη ακολουθία $(q_1, q_2, \ldots, q_N)$, για την οποία ισχύει ότι υπάρχει ένα διάστημα δεικτών $[l, r]$ και μια τιμή x, $-K \leq x \leq K$, έτσι ώστε $q_i = p_i + x$, για κάθε $i \in [l, r]$, και $q_i = p_i$ για κάθε $i \notin [l, r]$.

Περιορισμοί:

$3 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$
$0 \leq K \leq 10^9$
$0 \leq p_i \leq 10^9$
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.
Όριο μνήμης: 64 MB.

Παράδειγμα Εισόδου:

```
8 10
7 3 5 12 2 7 3 4
```

Παράδειγμα Εξόδου:

```
5
```