



**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
**Αλγοριθμική Επιστήμη Δεδομένων 2019 – 2020**

Διδάσκοντες: Α. Παγουρτζής, Θ. Σούλιου, Δ. Φωτάκης

**3η Σειρά Ασκήσεων**

**Άσκηση 1.** (α) Περιγράψτε λεπτομερώς, σε μορφή ψευδοκώδικα, τον αλγόριθμο Girvan-Newman του βιβλίου LRU (κεφ. 10.2.3, 10.2.4) για υπολογισμό της τιμής edge betweenness σε ένα γράφημα. Εξηγήστε την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου.

(β) Πώς μπορεί να απλοποιηθεί ο αλγόριθμος αν ο γράφος είναι δέντρο; Ποια είναι η πολυπλοκότητα του απλοποιημένου αλγορίθμου;

**Άσκηση 2.** Να λύσετε την άσκηση 10.4.1 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 3.** Να λύσετε την άσκηση 10.6.8 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 4.** Να λύσετε την άσκηση 8.3.3 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 5.** Να λύσετε την άσκηση 8.4.1 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 6.** Να λύσετε την άσκηση 5.3.1 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 7.** Να λύσετε την άσκηση 9.3.2 από το βιβλίο LRU.

**Άσκηση 8.** Σε ένα web advertising περιβάλλον,  $n$  διαφημίσεις ανταγωνίζονται για  $k < n$  θέσεις προβολής. Κάθε διαφήμιση  $i$  χαρακτηρίζεται από την αξία  $v_i > 0$  του click για τον διαφημιζόμενο (private information) και το click-through-rate της  $c_i \in (0, 1)$  (public information). Κάθε διαφημιζόμενος  $i$  δίνει προσφορά  $b_i \in (0, v_i]$  (ότι οι προσφορές δεν ξεπερνούν τις πραγματικές αξίες αναφέρεται ως no-overbidding assumption). Για ευκολία, υποθέτουμε ότι  $b_1 c_1 > b_2 c_2 > \dots > b_n c_n$ . Κάθε θέση προβολής  $j$  χαρακτηρίζεται από το click-through-rate της  $\alpha_j$ . Υποθέτουμε ότι  $1 = \alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_k > 0$ . Το συνολικό click-through-rate μια διαφήμισης  $i$  που εμφανίζεται στη θέση  $j$  (δηλ. η πιθανότητα η  $i$  να κλικαριστεί στη θέση  $j$ ) είναι  $q_{ij} = c_i \cdot \alpha_j$  (separable click-through-rates).

1. Να υπολογίσετε την πληρωμή (ανά click) του φιλαλήθους μηχανισμού του Myerson και του μηχανισμού Generalized Second Price σε αυτό το κάπως γενικότερο πλαίσιο (θεωρούμε πάντα ότι διαφημίσεις προβάλλονται σε φθίνουσα σειρά  $b_i c_i$ ). Να δείξετε (i) ότι η πληρωμή δεν ξεπερνά το  $b_i$  (και για τους δύο μηχανισμούς), και (ii) ότι η πληρωμή του Myerson δεν ξεπερνά την πληρωμή του Generalized Second Price (αν υπολογιστούν με βάση τις ίδιες προσφορές).
2. Να δείξετε, μέσω (απλού) αντιπαραδείγματος, ότι ο Generalized Second Price δεν είναι φιλαλήθης.
3. (**bonus**) Ας αναιρέσουμε τώρα την υπόθεση των separable click-through-rates. Θεωρούμε πλέον ότι το συνολικό click-through-rate  $q_{ij} \in (0, 1)$  μιας διαφήμισης  $i$  που εμφανίζεται στη θέση  $j$  είναι αυθαίρετο (π.χ., μπορεί  $q_{ij} < q_{ij'}$ , με  $1 \leq j < j' \leq k$ , για μια διαφήμιση  $i$ , ή μπορεί  $q_{ij} > q_{i'j}$  και  $q_{ij'} < q_{i'j'}$ , με  $j \neq j'$ , για δύο διαφημίσεις  $i$  και  $i'$ ). Να προτείνεται γενικεύσεις των μηχανισμών Myerson και Generalized Second Price (με βάση μια βέλτιστη ανάθεση των διαφημίσεων) σε αυτό το σημαντικά γενικότερο πλαίσιο.

**Προθεσμία υποβολής και οδηγίες.** Οι απαντήσεις θα πρέπει να υποβληθούν έως τις 25/6/2020, σε ηλεκτρονική μορφή. Για απορίες / διευκρινίσεις: στείλτε μήνυμα στη διεύθυνση [ads@corelab.ntua.gr](mailto:ads@corelab.ntua.gr).