Ψηφιακές Υπογραφές

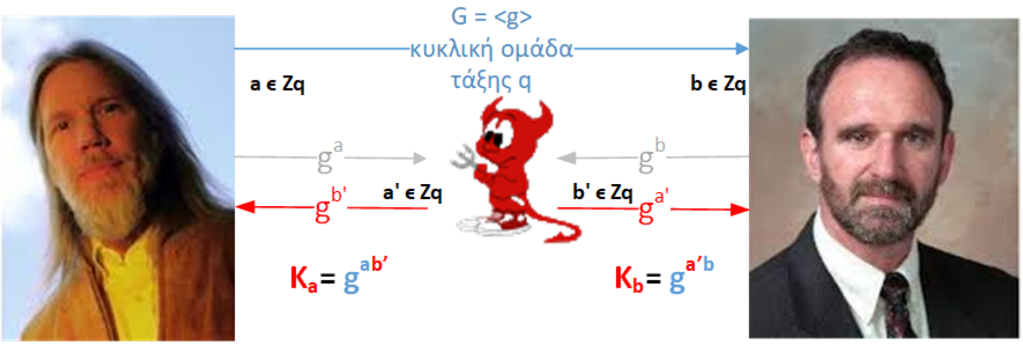
Παναγιώτης Γροντάς - Άρης Παγουρτζής

ΕΜΠ - Κρυπτογραφία - (2017-2018)

28/11/2017

Περιεχόμενα

Εισαγωγή - Το πρόβλημα



Αποφυγή MITM attacks σε DHKE

- **Ακεραιότητα**: Το μήνυμα είναι *αυτό* που έστειλε ο αποστολέας
- **Αυθεντικοποίηση**: Το μήνυμα το έστειλε *αυτός* που φαίνεται ως αποστολέας

Μία λύση: MACs Μειονεκτήματα συμμετρικής κρυπτογραφίας

Ψηφιακές υπογραφές-Ασύμμετρα MACs

- Ο αποστολέας (υπογράφων S) εκτελεί αλγόριθμο KeyGen και παράγει τα (key_{sign}, key_{ver})
  - Το κλειδί επαλήθευσης πρέπει να είναι δημόσιο
  - Το κλειδί υπογραφής πρέπει να διατηρείται μυστικό
- Δημοσιοποιεί το κλειδί επαλήθευσης (web site, κατάλογο)
- Πριν την αποστολή 'υπογράφει το μήνυμα' (με το key_{sign}) παράγοντας την υπογραφή σ
- Αποστέλλει το ζεύγος (m, σ)
  - Η υπογραφή *εξαρτάται* από το μήνυμα
  - Η υπογραφή είναι άχρηστη χωρίς το μήνυμα
- Ο παραλήπτης (επαληθεύων V) ελέγχει αν η υπογραφή που έλαβε είναι έγκυρη (με το key_{ver})

Πλεονεκτήματα

- Εύκολη διανομή κλειδιού
- Δημόσια Επαληθευσιμότητα
  - Δεν επαληθεύει μόνο ο παραλήπτης
  - Δημόσιο κλειδί: Μπορεί να επαληθεύσει οποιοσδήποτε
- Μη αποκήρυξη (non repudiation)
  - Αντιμετώπιση εσωτερικού αντίπαλου που προσπαθεί να αρνηθεί τις υπογραφές του
  - Μαθηματική σχέση κλειδιών υπογραφής - επαλήθευσης
- Επιπλέον λειτουργίες
  - Αυθεντικοποίηση χρηστών (λόγω *κατοχής* του ιδιωτικού κλειδού)
  - Ανωνυμία (τυφλές υπογραφές)
  - Αντιπροσωπεία από ομάδα (ομαδικές υπογραφές)
  - ...

Μειονεκτήματα

Λύσαμε τα πρόβληματα **διανομής** κλειδιού, **αυθεντικότητας** και **ακεραιότητας** μηνύματος
Δημιουργήσαμε το πρόβλημα **αυθεντικότητας** κλειδιού

- Πώς είμαστε σίγουροι πως το ζεύγος κλειδιών αντιστοιχεί όντως στον S;
- Πώς είμαστε σίγουροι πώς το key_{sign} ήταν στην κατοχή του S κατά τη δημιουργία της υπογραφής;

Μαθηματικές και μη λύσεις

Ορισμός

Σχήμα Υπογραφής

Μια τριάδα από αλγόριθμους

- $\texttt{KeyGen}(1^\lambda) = (key_{sign}, key_{ver})$
- $\texttt{Sign}(key_{sign}, m) = \sigma, \qquad m \in \{0,1\}^*$
- $\texttt{Verify}(key_{ver}, m, \sigma) \in \{0,1\}$

Ορθότητα

$\texttt{Verify}(key_{ver}, m, \texttt{Sign}(key_{sign}, m)) = 1$

Έγκυρες υπογραφές: ικανοποιούν την απαίτηση της ορθότητας

Επιθέσεις

Πλαστογραφία(Forgery)

Ο $\mathcal{A}$ με δεδομένα το δημόσιο κλειδί επαλήθευσης και ένα μήνυμα παράγει μια έγκυρη υπογραφή χωρίς την συμμετοχή του S.

Είδη Επιθέσεων

- Καθολική πλαστογράφηση: Ο $\mathcal{A}$ μπορεί να παράγει έγκυρες υπογραφές σε όποιο μήνυμα θέλει ($\Leftrightarrow$ κατοχή ιδιωτικού κλειδιού)
- Επιλεκτική πλαστογράφηση: Ο $\mathcal{A}$ μπορεί να παράγει 1 έγκυρη υπογραφή σε μήνυμα (με νόημα) της επιλογής του
- Υπαρξιακή πλαστογράφηση: Ο $\mathcal{A}$ μπορεί να παράγει 1 έγκυρη υπογραφή (τυχαία bits) σε τυχαίο μήνυμα

Αντίπαλοι I

Είδη Αντιπάλων

- Παθητικός (passive): Απλά γνωρίζει το κλειδί επαλήθευσης και ζεύγη μηνυμάτων, έγκυρων υπογραφών
- Ενεργός (active): Μπορεί να αποκτήσει έγκυρες υπογραφές σε μηνύματα της επιλογής του
- Ενεργός με προσαρμοστικότητα (adaptive active): Μπορεί να αποκτήσει έγκυρες υπογραφές σε μηνύματα της επιλογής του που εξαρτώνται από προηγουμενες έγκυρες υπογραφές

Αντίπαλοι II

Ασφάλεια ως προς τον δυνατότερο αντίπαλο - γενικότερη επίθεση

Ασφάλεια

Ένα σχήμα υπογραφής είναι ασφαλές αν δεν επιτρέπει σε έναν ενεργό αντίπαλο με προσαρμοστικότητα να επιτύχει υπαρξιακή πλαστογράφηση

Ορισμός Ασφάλειας

Το παιχνίδι πλαστογράφησης $Forge-Game$

- Ο S εκτελεί τον αλγόριθμο $\texttt{KeyGen}(1^\lambda)$ και παράγει τα (pk, sk)
- Ο $\mathcal{A}$ έχει πρόσβαση σε ένα μαντειο υπογραφών $\texttt{Sign}(sk, \cdot)$ με το οποίο αποκτά ένα σύνολο έγκυρων υπογραφών $Q = \{(m_i, \sigma_i)\}$
  γιατί στην ‘πραγματική ζωή‘ μπορεί να χρησιμοποιήσει παλιότερες υπογραφές
- Ο $\mathcal{A}$ επιλέγει ένα μήνυμα m και παράγει το ζεύγος (m, σ)
- Νίκη $\mathcal{A}$: $Forge-Game(\mathcal{A}) = 1 \Leftrightarrow \texttt{Verify}(key_{ver}, m, \sigma) = 1 \wedge (m, \sigma) \notin Q$

Ο $\mathcal{A}$ κερδίζει το παιχνίδι αν
$Pr[Forge-Game(\mathcal{A}) = 1] = non-negl(\lambda)$

Ψηφιακές Υπογραφές RSA

Δημιουργία Κλειδιών: $KeyGen(1^\lambda) = (d, (e, n))$

- $n = p \cdot q$, p, q πρώτοι αριθμοί $\frac{\lambda}{2}$ bits
- Επιλογή e ώστε $gcd(e, \phi(n)) = 1$
- $d = e^{-1} \pmod{\phi(n)}$ με EGCD

Υπογραφή - Αποκρυπτογράφηση

- $\texttt{Sign}(d, m) = m^d \bmod n$

Επαλήθευση - Κρυπτογράφηση

- $\texttt{Verify}((e, n), m, \sigma) = \quad \sigma^e =_? m \pmod n$

Ορθότητα

$\texttt{Verify}((e, n), m, m^d \bmod n) = \quad m^{de} = m \pmod n$

...αλλά καθόλου ασφάλεια

Επίθεση Χωρίς Μήνυμα (No message attack)

- Ο $\mathcal{A}$ έχει στη διάθεση του δημόσιο κλειδί (e, n)
- $Q = \emptyset$ - δεν υποβάλλονται μηνύματα για υπογραφή
- Επιλογή τυχαίου $\sigma \in \mathbb{Z}_n^*$
- ‘Κρυπτογράφηση’ σ: $\sigma^e \bmod n = m$
- Το ζεύγος (m, σ) είναι έγκυρο και $\notin Q$
- Ο $\mathcal{A}$ κερδίζει με πιθανότητα 1

Έχει νόημα; - Ναι, με επαναλήψεις μπορούν να βρεθούν m όπου κάποια bits μπορεί να είναι έγκυρα τμήματα μηνυμάτων

Επίθεση Επιλεγμένων Μηνυμάτων (Chosen message attack)

- Ο $\mathcal{A}$ έχει στη διάθεση του δημόσιο κλειδί (e, n) και θέλει να πλαστογραφήσει υπογραφή για $m \in \mathbb{Z}_n^*$
- Ο $\mathcal{A}$ χρησιμοποιώντας το μαντείο **αποκτά τις υπογραφές** 2 μηνυμάτων $Q = \{(m_1, \sigma_1), (\frac{m}{m_1}, \sigma_2)\}$ με $m_1 \in_R \mathbb{Z}_n^*$
- Υπολογισμός $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 = m_1^d (\frac{m}{m_1})^d = m^d \bmod n$
- Η σ είναι έγκυρη υπογραφή για το m και $\notin Q$

RSA - FDH (Full Domain Hash) I

Δημιουργία Κλειδιών: $KeyGen(1^\lambda) = (d, (e, n))$

- $n = p \cdot q$, p, q πρώτοι αριθμοί $\frac{\lambda}{2}$ bits
- Επιλογή e ώστε $gcd(e, \phi(n)) = 1$
- $d = e^{-1} \pmod{\phi(n)}$ με EGCD
- Χρήση δημόσια διαθέσιμης τυχαίας συνάρτησης $\mathcal{H} : \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{Z}_n^*$

Υπογραφή

- Υπολογισμός $\mathcal{H}(m)$
- $\texttt{Sign}(d, m) = \mathcal{H}(m)^d \bmod n$

Επαλήθευση

- Υπολογισμός $\mathcal{H}(m)$
- $\texttt{Verify}((e, n), m, \sigma) = \quad \sigma^e =_? \mathcal{H}(m) \pmod{n}$

RSA - FDH (Full Domain Hash) II

Ορθότητα

$\texttt{Verify}((e, n), m, \mathcal{H}(m)^d) = \quad \mathcal{H}(m)^{de} = \mathcal{H}(m) \pmod{n}$

RSA - FDH (Full Domain Hash) III

- Επίθεση χωρίς μήνυμα
  - Επιλογή τυχαίου $\sigma \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Η ‘κρυπτογράφηση‘ δίνει τη σύνοψη $h = \sigma^e \bmod n$ - όχι το μήνυμα
  - Για το μήνυμα πρέπει να βρεθεί $m : \mathcal{H}(m) = h$
  - Δυσκολία αντιστροφής

RSA - FDH (Full Domain Hash) IV

- Επίθεση επιλεγμένων μηνυμάτων
  - Ο $\mathcal{A}$ έχει στη διάθεση του δημόσιο κλειδί (e, n) και θέλει να πλαστογραφήσει υπογραφή για $m \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Ο $\mathcal{A}$ χρησιμοποιώντας το μαντείο αποκτά τις υπογραφές 2 μηνυμάτων $Q = \{(m_1, \sigma_1), (\frac{m}{m_1}, \sigma_2)\}$ με $m_1 \in_R \mathbb{Z}_n^*$
  - Υπολογισμός $\sigma = \sigma_1\sigma_2 = \mathcal{H}(m_1)\mathcal{H}(\frac{m}{m_1})$
  - Δυσκολία αντιστροφής
- Απόδειξη Ασφάλειας: Πρέπει η $\mathcal{H}$ να δίνει 'τυχαίες' τιμές
- Αρκούν οι ιδιότητες τους (one-way-ness, collision resistance);
  - ΟΧΙ
- Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου (M. Bellare, P. Rogaway, -1993)

Συναρτήσεις σύνοψης ως τυχαίες συναρτήσεις - informal

- Θεωρητικά θα θέλαμε να συμπεριφέρονται ως τυχαίες συναρτήσεις
- Πρακτικά όμως:αδύνατον να κατασκευαστούν
  - Συνάρτηση $\mathcal{H} : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^{l(n)}$
  - Κατασκευή ως πίνακας τιμών: Απαιτούνται 2^n γραμμές

Είσοδος	Έξοδος
$0 \cdots 00$	r_1
$0 \cdots 01$	r_2
$\cdots$	$\cdots$
$1 \cdots 11$	$r_{l(n)}$

  - Συμπίεση: Μείωση τυχαιότητας

Ακόμα και να μπορούσαν να κατασκευαστούν
αδύνατη αποθήκευση
εκθετική αποτίμηση (μη αποδεκτή και για χρήστη και για αντίπαλο)

Συναρτήσεις σύνοψης και αποδείξεις ασφάλειας I

Τυχαίο Μαντείο - Αφαιρετική αναπαράσταση συνάρτησης σύνοψης

- Μαύρο κουτί - απαντάει σε ερωτήσεις
- (Τέλεια) Ασφάλεια στο κανάλι επικοινωνίας (μοντελοποίηση τοπικής αποτίμησης)
- Είναι συνάρτηση (ίδια είσοδος - ίδια έξοδος σε κάθε κλήση)
- Είναι συνάρτηση σύνοψης (υπάρχουν συγκρούσεις - αλλά είναι δύσκολο να βρεθούν)

Συναρτήσεις σύνοψης και αποδείξεις ασφάλειας II

Lazy Evaluation

- Εσωτερικός πίνακας - αρχικά άδειος
- Για κάθε ερώτηση: έλεγχος αν έχει ήδη απαντηθεί
- Αν ναι, τότε ανάκτηση της απάντησης
- Αν όχι, απάντηση με τυχαία τιμή και αποθήκευση για μελλοντική αναφορά

Συναρτήσεις σύνοψης και αποδείξεις ασφάλειας III

Αποδείξεις στο μοντέλο τυχαίου μαντείου (Bellare - Rogaway)

- Ο $\mathcal{A}$ *νομίζει* ότι αλληλεπιδρά με το τυχαίο μαντείο
- Στην πραγματικότητα το προσομοιώνει η αναγωγή (programmability)
- Μπορούμε να μάθουμε τις ερωτήσεις του $\mathcal{A}$
- Στο πραγματικό πρωτόκολλο το τυχαίο μαντείο αντικαθίσταται από μία πραγματική συνάρτηση (πχ. SHA256)

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA

Theorem

Αν το πρόβλημα RSA είναι δύσκολο, τότε οι υπογραφές Hashed RSA παρέχουν ασφάλεια έναντι πλαστογράφησης στο μοντέλο του τυχαίου μαντείου.

Γενική κατασκευή:

- Ο $\mathcal{A}$ μπορεί να κατασκευάσει πλαστογράφηση υπογραφής
- Κατασκευή $\mathcal{B}$ που με χρήση του $\mathcal{A}$ και ενός τυχαίου μαντείου μπορεί να αντιστρέψει το RSA
- Είσοδος $\mathcal{B}$
  - Δημόσιο κλειδί (e, N)
  - Στοιχείο $y \in \mathbb{Z}_n^*$
- Έξοδος $\mathcal{B}$
  - $x = y^{\frac{1}{e}}$

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση χωρίς μήνυμα I

Υπόθεση

Για την πλαστογράφηση (m, σ) έχει προηγουμένως ερωτηθεί στο μαντείο το $\mathcal{H}(m)$

Συνέπεια

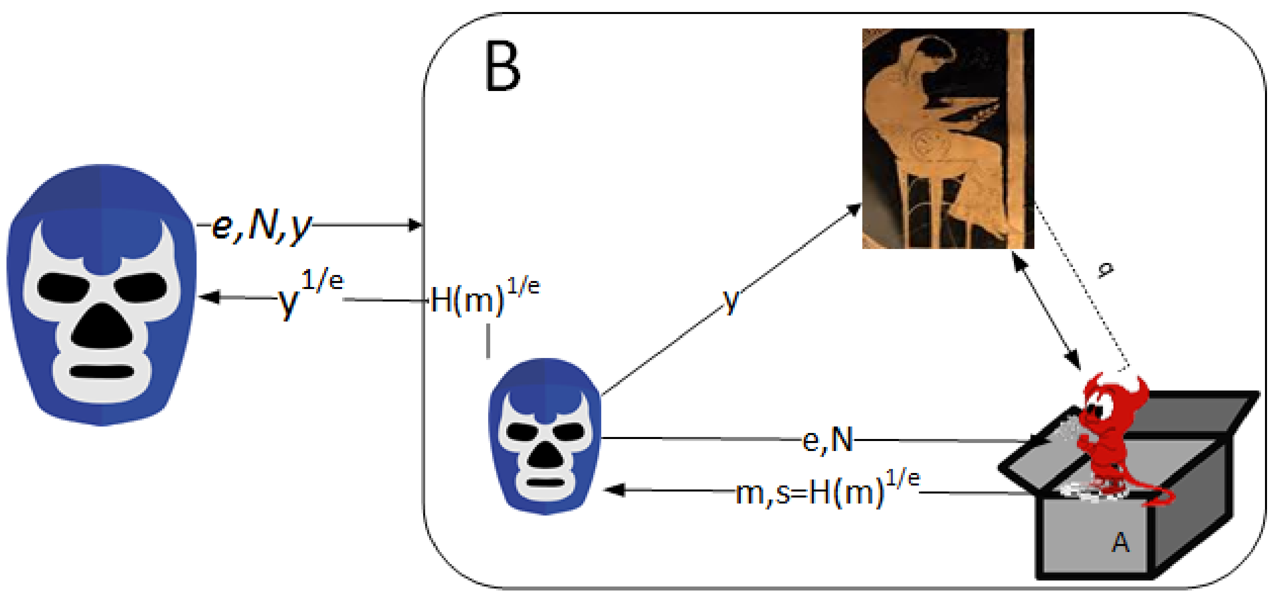
Εφόσον η πλαστογράφηση είναι έγκυρη υπογραφή πρέπει $\sigma^e = \mathcal{H}(m)$ Άρα $\sigma = \mathcal{H}(m)^{\frac{1}{e}}$

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση χωρίς μήνυμα II

- Ο $\mathcal{B}$ προωθεί το (e, N) στον $\mathcal{A}$
- Ο $\mathcal{A}$ κάνει $q = poly(\lambda)$ ερωτήσεις στο μαντείο για μηνύματα $\{m_i\}_{i=1}^{q}$ και λαμβάνει τις απαντήσεις $\{\mathcal{H}(m_i)\}_{i=1}^{q} \in_r \mathbb{Z}_n^*$
- Ο $\mathcal{B}$ επιλέγει *τυχαία* μία ερώτηση και αντικαθιστά την απάντηση $\mathcal{H}(m_i^*)$ με το y
- Ο $\mathcal{B}$ *ελπίζει* ότι στο $\mathcal{H}(m_i^*)$ θα γίνει η πλαστογράφηση
- Αν έχει δίκιο, τότε ο $\mathcal{A}$ εξάγει την πλαστογραφία (m, σ) με πιθανότητα p
- Δηλαδή: $\sigma^e = y \Rightarrow \sigma = y^{\frac{1}{e}}$
- Ο $\mathcal{B}$ προωθεί το σ στην έξοδο
- Με πιθανότητα επιτυχίας $\frac{\mathrm{p}}{q}$ θα ισχύει $\sigma = y^{\frac{1}{e}}$

Αν p αμελητέο τότε $\frac{\mathrm{p}}{q}$ αμελητέο

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση χωρίς μήνυμα III



Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος I

Σενάριο

- $\mathcal{A}$ πρέπει να υπολογίσει έγκυρες υπογραφές
- Ζητάει συνόψεις και υπογραφές από τον $\mathcal{B}$
- Συνόψεις: το τυχαίο μαντείο
- Υπογραφές: Πρέπει να τις απαντήσει ο $\mathcal{B}$
- ...χωρίς το ιδιωτικό κλειδί

Λύση

Αντικατάσταση $\mathcal{H}(m)$ με σ^e για γνωστό σ
Τετριμμένη επαλήθευση $\sigma^e = \sigma^e (= \mathcal{H}(m))$

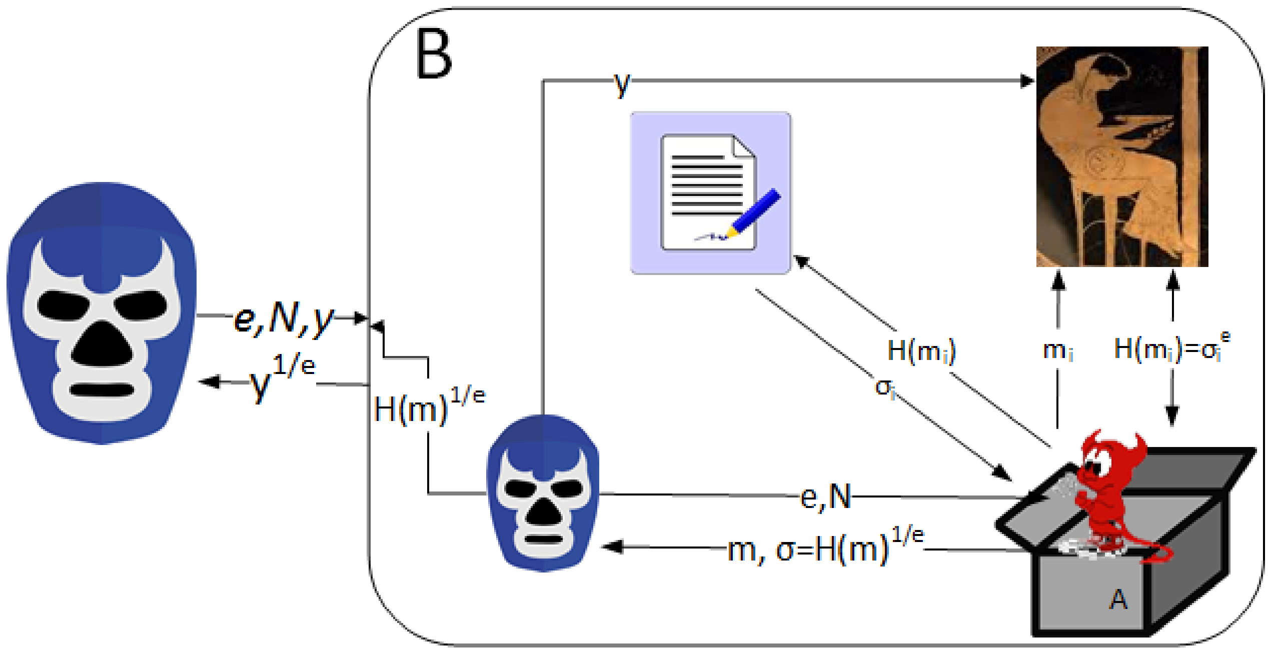
Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος II

- Ο $\mathcal{B}$ προωθεί το (e, N) στον $\mathcal{A}$
- Ο $\mathcal{A}$ κάνει q ερωτήσεις στο μαντείο για μηνύματα $\{m_i\}_{i=1}^{q}$
- Κάθε ερώτηση απαντάται από τον $\mathcal{B}$ ως εξής:
  - Επιλέγει τυχαίο $\sigma_i \in \mathbb{Z}_n^*$
  - Υπολογίζει $y_i = \mathcal{H}(m_i) = \sigma_i^e \mod N$
  - Επιστρέφει y_i
  - Αποθηκεύει τις τριάδες $\mathcal{T} = (m_i, y_i, \sigma_i)$
- Ο $\mathcal{A}$ ζητάει υπογραφές
  - Για κάθε σύνοψη y_i γίνεται αναζήτηση στον $\mathcal{T}$ για την τριάδα και επιστρέφεται το σ_i
  - Οι υπογραφές είναι έγκυρες αφού $\sigma_i^e = y_i$
- Ο $\mathcal{B}$ μαντεύει ποιο ερώτημα στο RO θα οδηγήσει στην πλαστογράφηση. Το απαντάει με y
- Για το συγκεκριμένο δεν θα ζητηθεί υπογραφή, αλλά το σ θα παραχθεί από τον $\mathcal{A}$ (πλαστογράφηση)

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος III

- Για να είναι έγκυρη η πλαστογράφημενη υπογραφή πρέπει $\sigma^e = y$,δηλαδή $\sigma = y^{\frac{1}{e}}$
- Πιθανότητα επιτυχίας $\mathcal{A}$ p και πιθανότητα επιτυχίας $\mathcal{B}$ $\frac{p}{q}$

Απόδειξη Ασφάλειας Hashed RSA
Επίθεση επιλεγμένου μηνύματος IV



Το μοντέλο του τυχαίου μαντείου - κριτική

Μειονεκτήματα

'Άχρηστη' απόδειξη - Καμία πραγματική συνάρτηση $\mathcal{H}$ δεν είναι random oracle
Εσωτερική χρήση - Δεν φαίνονται οι τιμές στις οποίες αποτιμάται
Programmability - Η περιγραφή της συνάρτησης είναι σταθερή στην πραγματικότητα
Ύπαρξη 'θεωρητικών' σχημάτων τα οποία αποδεικνύονται ασφαλή, αλλά οποιαδήποτε κατασκευή τους είναι μη ασφαλής

Πλεονεκτήματα

Απόδειξη με χρήση τυχαίου μαντείου είναι καλύτερη από απουσία απόδειξης
Η μόνη αδυναμία: η συνάρτηση σύνοψης
Δεν υπάρχουν πραγματικές επιθέσεις που να έχουν εκμεταλλευτεί την απόδειξη μέσω τυχαίου μαντείου

Σχήμα Υπογραφής ElGamal I

Δημιουργία Κλειδιών:

- Επιλογή πρώτου p. Δουλεύουμε στο $\mathbb{Z}_p^*$ ΠΡΟΣΟΧΗ!
- Επιλογή γεννήτορα g
- Επιλογή $x \in \{2 \cdots p-2\}$ και υπολογισμός του $y = g^x \pmod p$
- Δημόσιο κλειδί (p, g, y), ιδιωτικό κλειδί x.

Υπογραφή Μηνύματος m

- Επιλογή τυχαίου $k \in \mathbb{Z}_{p-1}^*$. $gcd(k, p-1) = 1$
- Υπολογισμός

$$r = g^k \bmod p$$
$$s = (m - xr)k^{-1} \bmod (p-1)$$

- Υπογραφή είναι:(r, s)
- Δύο ακέραιοι μεγέθους $O(|p|)$

Σχήμα Υπογραφής ElGamal II

Επαλήθευση υπογραφής στο m

$$\texttt{Verify}(y, m, (r, s)) = \begin{cases} 1, & y^r \cdot r^s \equiv g^m \pmod{p} \\ 0, & y^r \cdot r^s \not\equiv g^m \pmod{p} \end{cases}$$

Ορθότητα

$$y^r r^s \equiv g^{xr} g^{ks} = g^{xr+ks} \equiv g^m \pmod{p}$$

το οποίο ισχύει λόγω της κατασκευής του s

Παρατηρήσεις

- Πιθανοτικό σχήμα υπογραφής - πολλές έγκυρες υπογραφές για ένα μήνυμα m (τυχαίο k)
- Η συνάρτηση επαλήθευσης δέχεται οποιαδήποτε από αυτές ως έγκυρη
- Χειρισμός Τυχαιότητας
  - Το τυχαία επιλεγμένο k πρέπει να κρατείται κρυφό
  - Η επανάληψη της χρήσης του ίδιου k καθιστά για τον $\mathcal{A}$ εφικτό τον υπολογισμό του

Επίθεση επανάληψης κλειδιού

Χρήση ίδιου εφήμερου κλειδιού στην υπογραφή δύο μηνυμάτων m_1, m_2

- $sign(x, m_1) = (r, s_1)$ με $s_1 = (m_1 - xr)k^{-1}$
- $sign(x, m_2) = (r, s_2)$ με $s_2 = (m_2 - xr)k^{-1}$
- Υπολογισμός
  $s_1 - s_2 = (m_1 - m_2)k^{-1} \Rightarrow (s_1 - s_2)k = (m_1 - m_2)$
- Δεν ισχύει γενικά $gcd(s_1 - s_2, p - 1) = 1$
- Όμως υπάρχουν $gcd(s_1 - s_2, p - 1)$ λύσεις για το k (αν διαιρεί το $m_1 - m_2$)
- Δοκιμή όλων των πιθανών g^k και σύγκριση με το γνωστό r
- Υπολογισμός ιδιωτικού κλειδιού από $rx = m_1 - ks_1$
- Δοκιμή όλων των $gcd(r, p - 1)$ ως προς $y = g^x$

Ασφάλεια έναντι πλαστογράφησης I

Στόχος: $g^{xr} \cdot r^s \equiv g^m \pmod{p}$

1. No message attack: Επιλέγω r και s, ψάχνω m: Επίλυση DLP.
2. Chosen message attack: Επιλέγω m και προσπαθώ να βρώ r, s για έγκυρη υπογραφή
   - Επιλέγω r, ψάχνω s. Πρέπει $r^s \equiv g^m \cdot g^{-xr} \pmod{p}$ (επίλυση DLP).
   - Επιλέγω s, ψάχνω r. Πρέπει: $g^{xr} \equiv g^m \cdot r^{-s} \pmod{p}$
     Ανοιχτό πρόβλημα - δε γνωρίζουμε σχέση με DLP

Ασφάλεια έναντι πλαστογράφησης II

3. Κατασκευή r, s, m ταυτόχρονα.
   Επιλέγω i, j με $0 \leq i, j \leq p-2$,
   και $\gcd(j, p-1) = 1$ και θέτω:

$$r = g^i \cdot (g^x)^j \bmod p$$
$$s = -r \cdot j^{-1} \bmod p - 1$$
$$m = -r \cdot i \cdot j^{-1} \bmod p - 1$$

Τα (r,s) επαληθεύουν την υπογραφή
Εφικτό σενάριο, δίνει υπογραφή για τυχαίο m
Αντιμετώπιση με redundancy function / hash function

Πρότυπο Ψηφιακής Υπογραφής (Digital Signature Standard – DSS)

Βασικά Στοιχεία

- NIST, 1991.
- Παραλλαγή του ElGamal, μικρότερο μέγεθος υπογραφής.
- Ιδέα: λειτουργία σε μια υποομάδα της $\mathbb{Z}_p^*$, τάξης 2^{160}.
- Τα r, s είναι εκθέτες δυνάμεων του γεννήτορα της υποομάδας.

Παραγωγή κλειδιών DSS

1. Επιλογή πρώτων q μεγέθους 160-bit και p μεγέθους n-bit, $n = 64\lambda$, $\lambda = 8, 9, 10, \ldots, 16$, με $q \mid (p-1)$.
2. Εύρεση g γεννήτορα της υποομάδας τάξης q του $\mathbb{Z}_p^*$
3. Επιλογή ιδιωτικού κλειδιού $x \in \mathbb{Z}_q$.
4. Υπολογισμός $g^x \bmod p$.

Δημόσιο κλειδί: $(p, q, g, y), y = g^x \bmod p$.
Ιδιωτικό κλειδί: x.

DSS:Δημιουργία υπογραφής

1. Ο υπογράφων επιλέγει έναν τυχαίο ακέραιο k, $1 \leq k \leq (q-1)$.
2. Υπολογίζει τα

$$r = (g^k \bmod p) \bmod q$$
$$s = (\mathcal{H}(m) + x \cdot r)k^{-1} \bmod q$$

3. Αν συμβεί $r, s \equiv 0 \pmod q$ η διαδικασία επαναλαμβάνεται
4. Υπογραφή: (r, s).

DSS:Επαλήθευση υπογραφής DSA

Ο B υπολογίζει:

$$\begin{aligned} h &= \mathcal{H}(m) \\ e_1 &= s^{-1} h \bmod q \\ e_2 &= r s^{-1} \bmod q \end{aligned}$$

$\texttt{Verify}(y, m, (r, s)) = 1 \Leftrightarrow (g^{e_1} (y)^{e_2} \bmod p) \bmod q = r$

Ορθότητα

$$\begin{aligned} g^{e_1} (y)^{e_2} &= g^{hs^{-1}} \cdot g^{xrs^{-1}} \\ g^{hs^{-1} + xrs^{-1}} &= g^{(h+xr)s^{-1}} = \\ g^{kss^{-1}} &= g^{k} (\bmod p \bmod q) \end{aligned}$$

Υπογραφή γρηγορότερη από επαλήθευση

Ψηφιακές Υπογραφές - ECDSA I

Δημιουργία κλειδιών

- Δημόσια Διαθέσιμες Παράμετροι: $(p, a, b, \#\mathcal{E}, q, G)$
- Ιδιωτικό κλειδί: Ένας τυχαίος ακέραιος $x \in \{1, \cdots, q-1\}$
- Δημόσιο κλειδί: Το σημείο $Y = xG \in \mathcal{E}$

Ψηφιακές Υπογραφές - ECDSA II

Υπογραφή

- Υπολογισμός σύνοψης του μηνύματος $h = \mathcal{H}(M)$ και προσαρμογή της στο $[0, \cdots, q-1]$
- Επιλογή τυχαίου αριθμού k στο σύνολο $\{1, \cdots, q-1\}$
- Υπολογισμός του σημείου $P = kG = (x_P, y_P)$.
- Υπολογισμός του $r = x_P \bmod q$
- Αν $r = 0 \pmod{q}$ τότε επιλέγεται καινούριο k και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.
- Υπολογισμός του $s = k^{-1}(h + r \cdot x) \bmod q$
- Αν $s = 0$ τότε επιλέγεται καινούριο k και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.
- Η υπογραφή είναι το ζεύγος (r, s)

Ψηφιακές Υπογραφές - ECDSA III

Επαλήθευση

- Υπολογισμός του $u_1 = s^{-1} h \bmod q$
- Υπολογισμός του $u_2 = s^{-1} r \bmod q$
- Υπολογισμός του σημείου $P' = u_1 G + u_2 Y$
- Η υπογραφή είναι έγκυρη αν $r = x_{P'} \pmod{q}$

Ορθότητα: Υπολογισμός ίδιου σημείου με 2 τρόπους

- Υπογραφή $P = kG$
- Επαλήθευση $P' = u_1 G + u_2 Y$

$$P' = u_1 G + u_2 Y = s^{-1}(h + rx)G = k(h + rx)^{-1}(h + rx)G = kG = P$$

Πρακτική χρήση ψηφιακών υπογραφών

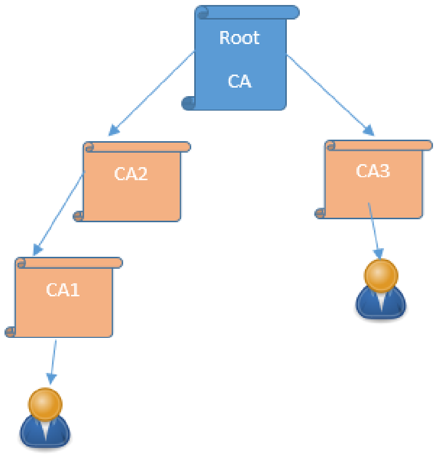
- Διαφορά Συμμετρικών - Ασύμμετρων Κρυπτοσυστημάτων
  - Συμμετρικά: Δύσκολη διανομή, Εύκολη Αυθεντικότητα (λόγω φυσικών υποθέσεων)
  - Ασύμμετρα: Εύκολη διανομή, Δύσκολη Αυθεντικότητα
- Αντιστοιχία (?) Ταυτότητας Χρήστη - Δημοσίου, Ιδιωτικού Κλειδιού (binding)
- Ενεργός αντίπαλος - Πλαστοπροσωπία - αλλαγή κλειδιών
- Απαραίτητη η διασφάλιση για χρήση σε ευρεία κλίμακα
- Δεν υπάρχει λύση που να δουλεύει θεωρητικά **και** πρακτικά
- Στην πράξη: μετάθεση του προβλήματος με μείωση της έκτασης (αρκεί 1 αυθεντικό κλειδί)

Αρχές Πιστοποίησης (Certification Authorities - CAs)

- *Έμπιστες* Τρίτες Οντότητες - (Πάροχοι Υπηρεσιών Πιστοποίησης)
  - Πιστοποίηση Αντιστοιχίας Ταυτότητας Κλειδιών
  - Εγγυάται ότι το δημόσιο κλειδί *όντως* αντιστοιχεί στον χρήστη
  - Πώς;
  - Υπογράφοντας 'ψηφιακά' το ζεύγος (ID, PK_{ID})
- Πλεονέκτημα: Μείωση κλειδιών που πρέπει να αποκτήσουμε με έμπιστο τρόπο
  - Μόνο το κλειδί της CA
  - Για τα υπόλοιπα 'εγγύαται' το πιστοποιητικό
- Μειονέκτημα Ποιος εγγυάται την σχέση κλειδιών-ταυτότητας για την CA;
  - Η ίδια! (υπογράφει η ίδια μία δήλωση για τον εαυτό της)
  - ή μια άλλη *ανώτερη* αρχή πιστοποίησης!

Ιεραρχική Οργάνωση Αρχών Πιστοποίησης

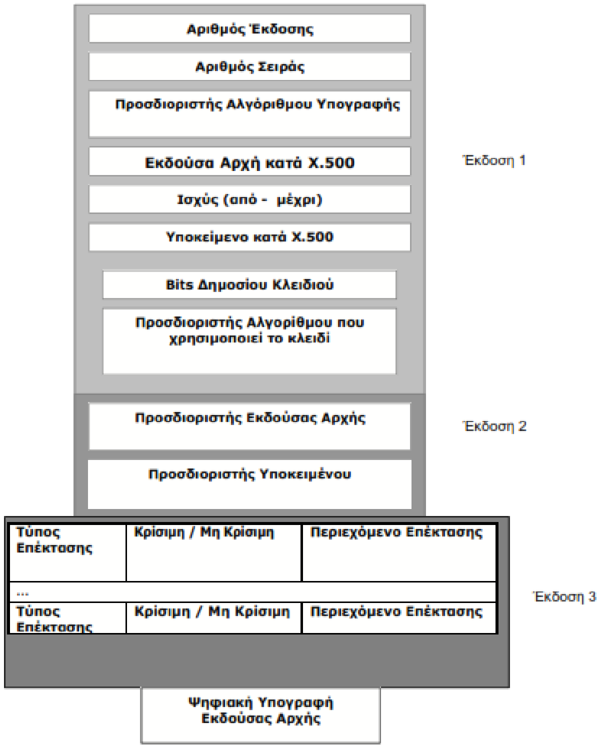
- Ενδιάμεσες Αρχές: Υπογραφή από ανώτερη αρχή
- Ριζικές (Root) Αρχές: Υπογράφουν μόνες τους
- Συνήθως 3-4 επίπεδα



Υποδομή Δημοσίου Κλειδιού

- Οργάνωση των αρχών πιστοποίησης και των σχετικών υπηρεσιών
- Loren Kohnfelder, MIT BSc thesis, 1978
- Ευρεία προτυποποίηση (ITU X.500, RFC 6818)
  - Πρόσβαση σε υπηρεσίες καταλόγου
  - X.509: Συσχέτιση οντότητας με δημόσιο κλειδί
  - Ψηφιακό Πιστοποιητικό:
    - Δήλωση σχέσης κλειδιού - ονόματος
    - Επιπλέον πληροφορίες για την επαλήθευση

Πιστοποιητικό X.509 - Δομή



Πιστοποιητικό X.509 - Παράδειγμα

```
X509 Certificate:
Version: 3
Serial Number: 104e764f615ebc89
Signature Algorithm:
    Algorithm ObjectId: 1.2.840.113549.1.1.11 sha256RSA
    Algorithm Parameters:
    05 00
Issuer:
    CN=Google Internet Authority G2
    O=Google Inc
    C=US
  Name Hash(sha1): f2e06af9858a1d8d709b4919237aa9b51a287e64
  Name Hash(md5): 00656cd744ec6221c3df38867186e4bb

 NotBefore: 10/11/2016 18:00 μμ
 NotAfter: 2/2/2017 17:31 μμ

Subject:
    CN=*.google.gr
    O=Google Inc
    L=Mountain View
    S=California
    C=US
  Name Hash(sha1): cdf2f8396ae4d2eade922220752f946e252573c7
  Name Hash(md5): a06f981af315c85987c48945a82f6335

Public Key Algorithm:
    Algorithm ObjectId: 1.2.840.113549.1.1.1 RSA (RSA_SIGN)
    Algorithm Parameters:
    05 00
Public Key Length: 2048 bits
Public Key: UnusedBits = 0
    0000  30 82 01 0a 02 82 01 01  00 b3 82 58 8f cd e0 0c
    0010  18 75 1a 4f b2 85 99 88  ac 71 c7 0f aa db cd f3
    0020  3c e9 a1 1e ba cc 7b 73  d4 8f b9 1d 28 04 a1 54
    0030  4d 36 29 c1 e3 77 68 5b  0e 98 1e cd 89 f4 02 2f
    0040  1a 0d d9 12 33 ec aa 26  d2 f2 4f cb 1b 7b 62 e5
    0050  b4 03 74 33 57 19 22 ba  bd de 9f 89 eb 4e 21 22
    0060  c5 c4 1c fd 6e a5 a0 ae  ad 1e fd 93 ec e4 0b a2
    0070  62 fd e9 44 ef 01 97 c1  bb c0 23 88 ca e9 9b 16
    0080  54 c8 54 7b 65 bd 32 e7  54 ba 73 ed fc 2e b5 39
    0090  57 fd 4b c8 fd 97 33 b2  e0 03 55 2a db 5c 2d 1d
    00a0  9e 70 e7 86 21 11 4f 8c  e8 53 52 ed 9a 95 be 81
    00b0  84 ed 2c dc 8d 18 0b 67  ef b5 af 4e 3f 47 a7 4e
    00c0  6a 4c c3 ca 20 14 fc 4e  20 cf 5c 01 a3 fa da f0
```

```
Certificate Extensions: 8
    2.5.29.37: Flags = 0, Length = 16
    Enhanced Key Usage
        Server Authentication (1.3.6.1.5.5.7.3.1)
        Client Authentication (1.3.6.1.5.5.7.3.2)

    2.5.29.17: Flags = 0, Length = 1a
    Subject Alternative Name
        DNS Name=*.google.gr
        DNS Name=google.gr

    1.3.6.1.5.5.7.1.1: Flags = 0, Length = 5c
    Authority Information Access
        [1]Authority Info Access
             Access Method=Certification Authority Issuer (1.3.6.1.5.5.7.48.2)
             Alternative Name:
                  URL=http://pki.google.com/GIAG2.crt
        [2]Authority Info Access
             Access Method=On-line Certificate Status Protocol (1.3.6.1.5.5.7.48.1)
             Alternative Name:
                  URL=http://clients1.google.com/ocsp

    2.5.29.14: Flags = 0, Length = 16
    Subject Key Identifier
        84 37 bc c5 bd 97 a3 33 92 8c 49 06 43 15 ce b7 6b 84 f2 0c

    2.5.29.19: Flags = 1(Critical), Length = 2
    Basic Constraints
        Subject Type=End Entity
        Path Length Constraint=None

    2.5.29.35: Flags = 0, Length = 18
    Authority Key Identifier
        KeyID=4a dd 06 16 1b bc f6 68 b5 76 f5 81 b6 bb 62 1a ba 5a 81 2f

    2.5.29.32: Flags = 0, Length = 1a
    Certificate Policies
        [1]Certificate Policy:
             Policy Identifier=1.3.6.1.4.1.11129.2.5.1
        [2]Certificate Policy:
             Policy Identifier=2.23.140.1.2.2

    2.5.29.31: Flags = 0, Length = 29
    CRL Distribution Points
        [1]CRL Distribution Point
```

Απόκτηση πιστοποιητικών

- Προεγκατάσταση στο λειτουργικό σύστημα
- Προεγκατάσταση στον περιηγητή
- Απόκτηση από αρχείο/ιστοσελίδα
- Απόκτηση από νομική οντότητα (εταιρεία, κράτος)

Issued To	Issued By	Expiration Date	Intended Purposes	Friendly Name	Status	Certificate Te...
AddTrust External CA Root	AddTrust External CA Root	30/5/2020	Server Authenticati...	The USERTrust Net...		
Baltimore CyberTrust Root	Baltimore CyberTrust Root	13/5/2025	Server Authenticati...	DigiCert Baltimore ...		
Certum CA	Certum CA	11/6/2027	Server Authenticati...	Certum		
Certum Trusted Network CA	Certum Trusted Network CA	31/12/2029	Server Authenticati...	Certum Trusted Net...		
Class 3 Public Primary Certificat...	Class 3 Public Primary Certificatio...	2/8/2028	Secure Email, Client...	VeriSign Class 3 Pu...		
COMODO RSA Certification Au...	COMODO RSA Certification Auth...	19/1/2038	Server Authenticati...	COMODO SECURE™		
Copyright (c) 1997 Microsoft C...	Copyright (c) 1997 Microsoft Corp.	31/12/1999	Time Stamping	Microsoft Timesta...		
Deutsche Telekom Root CA 2	Deutsche Telekom Root CA 2	10/7/2019	Secure Email, Serve...	Deutsche Telekom ...		
DigiCert Assured ID Root CA	DigiCert Assured ID Root CA	10/11/2031	Server Authenticati...	DigiCert		
DigiCert Global Root CA	DigiCert Global Root CA	10/11/2031	Server Authenticati...	DigiCert		
DigiCert High Assurance EV Ro...	DigiCert High Assurance EV Root ...	10/11/2031	Server Authenticati...	DigiCert		
DigiCert Trusted Root G4	DigiCert Trusted Root G4	15/1/2038	Server Authenticati...	DigiCert Trusted Ro...		
DST Root CA X3	DST Root CA X3	30/9/2021	Secure Email, Serve...	DST Root CA X3		
Entrust Root Certification Auth...	Entrust Root Certification Authority	27/11/2026	Server Authenticati...	Entrust		
Entrust Root Certification Auth...	Entrust Root Certification Authori...	7/12/2030	Server Authenticati...	Entrust.net		
Equifax Secure Certificate Auth...	Equifax Secure Certificate Authority	22/8/2018	Secure Email, Serve...	GeoTrust		
GeoTrust Global CA	GeoTrust Global CA	21/5/2022	Server Authenticati...	GeoTrust Global CA		
GeoTrust Primary Certification ...	GeoTrust Primary Certification Au...	17/7/2036	Server Authenticati...	GeoTrust		
GeoTrust Primary Certification ...	GeoTrust Primary Certification Au...	2/12/2037	Server Authenticati...	GeoTrust Primary C...		
GlobalSign	GlobalSign	18/3/2029	Server Authenticati...	GlobalSign		
GlobalSign	GlobalSign	15/12/2021	Server Authenticati...	GlobalSign		
GlobalSign Root CA	GlobalSign Root CA	28/1/2028	Server Authenticati...	GlobalSign		
Go Daddy Class 2 Certification ...	Go Daddy Class 2 Certification Au...	29/6/2034	Server Authenticati...	Go Daddy Class 2 C...		
Go Daddy Root Certificate Auth...	Go Daddy Root Certificate Author...	1/1/2038	Server Authenticati...	Go Daddy Root Cer...		
Government Root Certification ...	Government Root Certification A...	5/12/2032	Server Authenticati...	TW Government Ro...		
GTE CyberTrust Global Root	GTE CyberTrust Global Root	14/8/2018	Secure Email, Client...	DigiCert Global Root		
Hellenic Academic and Researc...	Hellenic Academic and Research I...	1/12/2031	Server Authenticati...	Hellenic Academic ...		
Hongkong Post Root CA 1	Hongkong Post Root CA 1	15/5/2023	Server Authenticati...	Hongkong Post Ro...		
Hotspot 2.0 Trust Root CA - 03	Hotspot 2.0 Trust Root CA - 03	8/12/2043	Server Authenticati...	Hotspot 2.0 Trust R...		
Microsoft Authenticode(tm) Ro...	Microsoft Authenticode(tm) Root...	1/1/2000	Secure Email, Code ...	Microsoft Authenti...		
Microsoft Root Authority	Microsoft Root Authority	31/12/2020	<All>	Microsoft Root Aut...		
Microsoft Root Certificate Auth...	Microsoft Root Certificate Authori...	10/5/2021	<All>	Microsoft Root Cert...		

Αρχές Πιστοποίησης - Άλλες υπηρεσίες

- Διάδοση Πιστοποιητικών σε αποθετήρια
- Εγγραφή-Επαλήθευση Ταυτότητας Χρηστών
- Δημιουργία κρυπτογραφικών κλειδιών (αυστηρές προδιαγραφές ασφάλειας)
- Ανάκληση Πιστοποιητικών - Ενημέρωση
- Χρονοσήμανση - Αρχειοθέτηση

Ανάκληση Πιστοποιητικών

Άκυρα πιστοποιητικά

- Απώλεια κλειδιού υπογραφής, Αλλαγή Στοιχείων Υποκειμένου,
- Ενημέρωση Χρηστών με 2 τρόπους
- Certificate Revocation Lists (CRL):
  - ‘Μαύρη‘ λίστα από SN για πιστοποιητικά που δεν ισχύουν
  - Υπογεγραμμένη από την CA
  - Ανάκτηση σε τακτά χρονικά διαστήματα
  - Πεδίο CDP
- OCSP (Online Certificate Status Protocol)
  - Ερώτηση στην CA για ισχύ πιστοποιητικού
  - Η CA συμμετέχει σε κάθε συναλλαγή

Εναλλακτικές Προσεγγίσεις: web of trust

Ομότιμη έκδοση και επαλήθευση ταυτότητας (web of trust)

- Κάθε χρήστης είναι CA
- Υπογράφει αντιστοιχίες που γνωρίζει
- Λήψη πιστοποιητικών μόνο από γνωστούς χρήστες
- Ο κάθε χρήστης ‘εγγυάται‘ για τους γνωστούς του
- PGP

Identity based cryptography

- Signatures:Shamir 1984
- Encryption:Boneh-Franklin (2001)
- Οποιοδήποτε όνομα κάποιου χρήστη πχ. email είναι η ταυτότητα
- Δεν χρειάζεται διανομή κλειδιού
- Χρειάζεται κεντρική TTP
- Παράγει τα ιδιωτικά κλειδιά από την ταυτότητα

Identity based signatures

- TTP έχει κλειδί RSA $((e, n), d)$
- Δημιουργία ιδιωτικού κλειδιού από ταυτότητα χρήστη id
  - Υπογραφή σύνοψης της ταυτότητας
  - $k = \mathcal{H}(id)^d \bmod n$
  - Ασφαλής Διανομή στον κάτοχο
- Υπογραφή από χρήστη id
  - Επιλογή τυχαίου r
  - $t = r^e \bmod n$
  - $s = k\, r^{\mathcal{H}(m|t)} \bmod n$
  - Η υπογραφή είναι (t, s)
- Επαλήθευση υπογραφής με την ταυτότητα:
- Έλεγχος αν: $\mathcal{H}(id) t^{\mathcal{H}(m|t)} = s^e$
- Ορθότητα: $\mathcal{H}(id) t^{\mathcal{H}(m|t)} = k^e r^{e\mathcal{H}(m|t)} = s^e$

Βιβλιογραφία I

1. St. Zachos and Aris Pagourtzis. Στοιχεία Θεωρίας Αριθμών και Εφαρμογές στην Κρυπτογραφία. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις
2. Jonathan Katz and Yehuda Lindell. Introduction to Modern Cryptography (Chapman and Hall/Crc Cryptography and Network Security Series). Chapman and Hall/CRC, 2007
3. Paar, Christof, and Jan Pelzl. Understanding cryptography: a textbook for students and practitioners. Springer Science-Business Media, 2009.
4. Kiayias, Aggelos Cryptography primitives and protocols, UoA, 2015
5. Nigel Smart. Introduction to cryptography
6. M. Green What is the Random Oracle Model and why should you care?
7. M. Bellare, P. Rogaway, (1993). "Random Oracles are Practical: A Paradigm for Designing Efficient Protocols". ACM Conference on Computer and Communications Security: 62–73.
8. R. Canetti, O. Goldreich, and S. Halevi. The random oracle methodology, revisited. Journal of the ACM, 51(4):557–594, 2004.