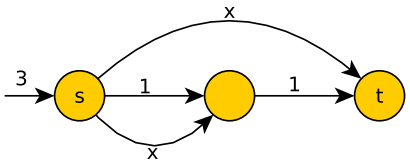
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΑΛΜΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ
Διδάσκοντες: Θ. Λιανέας, Ε. Μαρκάκης, Δ. Φωτάκης
Εαρινό εξάμηνο 2021
3η σειρά ασκήσεων **Προθεσμία παράδοσης: Ημέρα εξέτασης**

Πρόβλημα 1. (6+6 μονάδες) Βρείτε το τίμημα της αναρχίας του παιγνίου συμφόρησης στο ακόλουθο δίκτυο:



- Αν οι παίκτες δημιουργούν συνολική απαίτηση 3 μονάδων.
- Αν το παίγνιο έχει 3 ατομικούς παίκτες.

Πρόβλημα 2. (8+8+10 μονάδες) Τα παρακάτω αφορούν δικτυακά παίγνια συμφόρησης με 2 (ατομικούς, ισοβαρείς) παίκτες και γραμμικές συναρτήσεις καθυστέρησης.

- Βρείτε παίγνιο όπου οι δύο παίκτες μοιράζονται κοινή αφετηρία αλλά έχουν πιθανώς διαφορετικό τερματισμό και το τίμημα της αναρχίας είναι 2.
- Δείξτε οτι δεν γίνεται χειρότερα από 2.
- Βρείτε παίγνιο όπου οι παίκτες μοιράζονται το ίδιο ζεύγος αφετηρίας τερματισμού όπου το τίμημα της αναρχίας είναι 8/5.
- (BONUS) Μπορεί το τίμημα της αναρχίας μπορεί να γίνει μεγαλύτερο από 8/5 όταν οι παίκτες έχουν κοινό ζεύγος αφετηρίας τερματισμού?

Πρόβλημα 3. (10+12 μονάδες) Σε ένα nodeMaxCut Game δίνεται ένας γράφος με βάρη στις κορυφές του. Κάθε κορυφή είναι ένας παίκτης και έχει δύο στρατηγικές, την "Δ"(εξιά) και την "Α"(ριστερά). Στόχος του κάθε παίκτη είναι να μεγιστοποιήσει το συνολικό βάρος των γειτόνων του που επιλέγουν διαφορετική στρατηγική από αυτόν.

- Βρείτε μια συνάρτηση δυναμικού για αυτό το παίγνιο.
- Δώστε αποδοτικό αλγόριθμο που υπολογίζει μια ισορροπία Nash στην περίπτωση που ο γράφος είναι πλήρης.

Πρόβλημα 4. (8+7 μονάδες) Σε μια άλλη εκδοχή του selfish routing, για μια ροή f και μονοπάτι p, το κόστος ενός παίκτη στο p ισούται με $\max_{e \in p} \ell_e(f_e)$, ενω το κοινωνικό κόστος ισούται με $\max_{e \in E(G)} \ell_e(f_e)$.

- Δείξτε ότι σε αυτή την εκδοχή, η βέλτιστη ροή είναι πάντα ισορροπία.
- Δειξτε οτι το τίμημα της αναρχίας μπορεί να είναι $\Omega(|V(G)|)$.